

**Zakład Napędów Wieloźródłowych  
Instytut Maszyn Roboczych Ciężkich PW  
Laboratorium Elektrotechniki i Elektroniki**

**Ćwiczenie P1 - instrukcja**

**Pomiary podstawowych wielkości elektrycznych prądu  
stałego i przemiennego**

Data wykonania ćwiczenia.....

Data oddania sprawozdania.....

**Zespół wykonujący ćwiczenie:**

<i>Nazwisko i imię</i>	<i>ocena końcowa</i>
1. ....	.....
2. ....	.....
3. ....	.....
4. ....	.....
5. ....	.....
6. ....	.....
7. ....	.....
8. ....	.....
9. ....	.....
10. ....	.....

**Wydział SiMR PW**

**Rok ak. 20.../20...**

**Semestr.....**

**Grupa.....**

**Warszawa 2007r.**

## Spis treści

<b>1</b>	<b>CEL I ZAKRES ĆWICZENIA .....</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>WYBRANE ZAGADNIENIA TEORETYCZNE .....</b>	<b>2</b>
2.1	ELEMENTY OBWODÓW ELEKTRYCZNYCH.....	2
2.2	OBWODY PRĄDU STAŁEGO.....	5
2.3	OBWODY PRĄDU PRZEMIENNEGO.....	7
2.4	PRZYRZĄDY POMIAROWE.....	11
2.5	METODA TECHNICZNA POMIARU WIELKOŚCI ELEKTRYCZNYCH(R, L, C, Z).....	14
2.6	PRZYKŁADOWE ZADANIA.....	16
<b>3</b>	<b>LITERATURA POMOCNICZA.....</b>	<b>16</b>

### 1 Cel i zakres ćwiczenia

Celem ćwiczenia jest zapoznanie się:

- z metodami obliczeń obwodów elektrycznych prądu stałego i przemiennego;
- z podstawowymi cechami mierników magnetoelektrycznych i elektromagnetycznych do pomiarów prądu i napięcia;
- ze sposobami zmiany zakresów pomiarowych i skalowaniem mierników;
- z metodą techniczną pomiarów R, L, C, Z.

W części teoretycznej omówiono klasyfikację elementów wchodzących w skład obwodu elektrycznego, z uwzględnieniem elementów idealnych i rzeczywistych.

### 2 Wybrane zagadnienia teoretyczne

Prądem elektrycznym (natężeniem prądu) ( $I$ ) nazywa się stosunek ładunku ( $Q$ ) przepływającego przez przekrój przewodnika do czasu. Prądem stałym nazywa się prąd, którego wartość jest niezmienna w czasie.

$$I = \frac{Q}{t} = const \quad (1)$$

Jednostką prądu elektrycznego w układzie SI jest amper (A)

Wielkość określająca stosunek pracy wykonanej przy przemieszczaniu ładunku jednostkowego między dwoma punktami, do tego ładunku nazywa się napięciem elektrycznym ( $U$ ). W układzie SI jednostką napięcia elektrycznego jest wolt (V).

#### 2.1 Elementy obwodów elektrycznych

Obwód elektryczny tworzą elementy połączone ze sobą w taki sposób, że istnieje co najmniej jedna droga zamknięta dla przepływu prądu. W skład obwodu elektrycznego wchodzi dwa rodzaje elementów: aktywne i pasywne.

Aktywne elementy obwodu elektrycznego wykazują zdolność wytwarzania energii elektrycznej.

Pasywne elementy obwodu charakteryzują się zdolnością akumulacji i rozpraszania energii.

Elementy pasywne, w których zachodzi proces przemiany energii elektrycznej na inny rodzaj energii nazywamy elementami rozpraszającymi. Takim elementem jest rezystor (opornik).

Elementy pasywne, które charakteryzują się zdolnością gromadzenia (akumulacji) energii nazywamy elementami zachowawczymi. Takimi elementami są kondensator i cewka. W kondensatorze energia jest gromadzona w polu elektrycznym, a w cewce w polu magnetycznym. Jeśli parametry charakteryzujące dany element nie zależą od wartości napięcia lub wartości i kierunku prądu, to są to elementy liniowe.

### 2.1.1 Elementy pasywne idealne

#### Rezystor

Rezystor jest dwójnikiem pasywnym, rozpraszającym scharakteryzowanym przez rezystancję (opór elektryczny) -  $R$ . Jej odwrotnością jest przewodność (konduktancja) -  $G$ .

Rezystancja jest to właściwość fizyczna wyrażająca się możliwością przetwarzania energii elektrycznej w ciepłą. Jednostką rezystancji w układzie SI jest om ( $\Omega$ ), konduktancji simens [S], a ilość przetwarzanej energii określa zależność:

$$W_R = RI^2 t \quad (2)$$

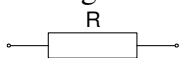
gdzie:  $W_R$  - energia cieplna wydzielona w rezystorze [J, Ws];  $R$  - rezystancja [ $\Omega$ ];  $I$  - prąd [A];  $t$  - czas [s].

Rezystancja jest zależna od wymiarów rezystora i właściwości elektrycznych przewodnika wg zależności:

$$R = \frac{\rho l}{S} = \frac{l}{\gamma S} \quad (3)$$

gdzie:  $l$  - długość [m];  $S$  - pole przekroju poprzecznego;  $\rho$  - rezystywność materiału [ $\Omega\text{m}$ ];  $\gamma$  - konduktywność materiału [S/m].

Rezystywność jest to jednostkowa stała materiałowa określająca jego właściwości elektryczne, a konduktywność stanowi jej odwrotność. Symbol graficzny rezystora przedstawia rys. 1.



Rys. 1. Symbol graficzny rezystora

#### Cewka

Cewka jest dwójnikiem pasywnym, zachowawczym. scharakteryzowanym przez indukcyjność własną  $L$ . Indukcyjność własna cewki jest to właściwość fizyczna wyrażająca się możliwością gromadzenia energii w polu magnetycznym cewki. Jednostką indukcyjności własnej w układzie SI jest henr [H], a ilość energii zgromadzonej w polu magnetycznym cewki określa zależność:

$$W_L = \frac{LI^2}{2} \quad (4)$$

gdzie:  $W_L$  - energia zgromadzona w polu magnetycznym cewki [J, Ws];  $L$  - indukcyjność własna [H];  $I$  - prąd [A].

Indukcyjność własna zależna jest od wymiarów cewki i właściwości magnetycznych ośrodka wg zależności:

$$L = \mu \frac{z^2 S}{l} \quad (5)$$

gdzie:  $\mu$  - przenikalność magnetyczna [H/m];  $z$  - liczba zwoi;  $S$  - pole przekroju poprzecznego [ $\text{m}^2$ ];  $l$  - długość cewki [m].

Symbol graficzny cewki przedstawia rys.2.



Rys. 2. Symbol graficzny cewki

## Kondensator

Kondensator jest dwójnikiem pasywnym, zachowawczym scharakteryzowanym przez pojemność  $C$ .

Pojemność kondensatora jest to właściwość fizyczna wyrażająca się możliwością gromadzenia energii w polu elektrycznym kondensatora. Jednostką pojemności jest farad [F], a ilość energii zgromadzonej w polu magnetycznym cewki określa zależność:

$$W_c = \frac{CU^2}{2} \quad (6)$$

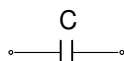
gdzie:  $W_c$  - energia zgromadzona w polu elektrycznym kondensatora [J,Ws];  $C$  - pojemność kondensatora [F];  $U$  - napięcie pomiędzy okładkami kondensatora.

Pojemność kondensatora zależna jest od jego wymiarów i właściwości dielektrycznych dielektryka wg zależności:

$$C = \frac{\epsilon S}{d} \quad (7)$$

gdzie:  $\epsilon$  - przenikalność dielektryczna [F/m];  $S$  - pole powierzchni okładek kondensatora [m<sup>2</sup>];  $d$  - odległość pomiędzy okładkami kondensatora.

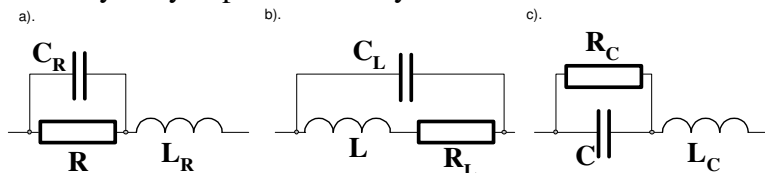
Symbol graficzny kondensatora przedstawia rys.3.



Rys. 3. Symbol graficzny kondensatora

### 2.1.2 Elementy pasywne rzeczywiste

W każdym elemencie rzeczywistym dominujące znaczenie ma jedna z omówionych właściwości. W praktyce elementy idealne nie występują i są przedstawiane jako rzeczywiste. Schematy elementów rzeczywistych przedstawia rys. 4.



Rys. 4. Schematy elementów rzeczywistych: a) rezystor, b) cewka, c) kondensator

Jako elementy zbliżone do idealnych można traktować rezystor i kondensator. Każda cewka charakteryzuje się jednak indukcyjnością  $L$  i rezystancją  $R_L$ .

### 2.1.3 Elementy aktywne

W zależności od tego, czy w źródle zachodzi wytwarzanie napięcia czy prądu rozróżnia się odpowiednio: źródła napięcia i źródła prądu.

Przykładem źródła napięcia lub prądu stałego jest ogniwo chemiczne, akumulator, maszyna prądu stałego, itp. Przykładem źródła napięcia lub prądu przemiennego jest np. maszyna synchroniczna.

Rzeczywiste źródło napięcia charakteryzuje się siłą elektromotoryczną  $E$  ( $SEM$ ) oraz rezystancją wewnętrzną  $R_w$ . W przypadku idealnego źródła napięcia  $R_w = 0$ .

Rzeczywiste źródło prądu charakteryzuje się prądem źródłowym  $I_s$  oraz konduktancją wewnętrzną  $G_i$ . W przypadku idealnego źródła prądu  $G_i = 0$ .

## 2.2 Obwody prądu stałego

Rozwiązanie obwodu prądu stałego polega na wyznaczeniu wartości prądów w poszczególnych gałęziach i rozkładu napięć na poszczególnych elementach obwodu. Przy obliczaniu obwodów liniowych stosuje się trzy podstawowe prawa:

1. **Prawo Ohma**, wyrażające zależność między prądem, napięciem i rezystancją.

$$U = R \cdot I \quad (8)$$

2. **Pierwsze prawo Kirchhoffa**, odnoszące się do punktów rozgałęzienia obwodu, zwanych *węzłami*: dla każdego węzła obwodu elektrycznego prądu stałego suma algebraiczna prądów równa się zeru.

$$\sum I = 0 \quad (9)$$

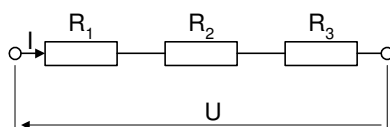
Oznacza to, że suma prądów dopływających do węzła równa się sumie prądów wypływających z tego węzła.

3. **Drugie prawo Kirchhoffa**, odnoszące się do obwodów zamkniętych, zwanych *oczkami*: w dowolnym oczku obwodu elektrycznego prądu stałego suma algebraiczna napięć źródłowych równa się sumie algebraicznej spadków napięć na rezystancjach rozpatrywanego oczka.

$$\sum E = \sum R \cdot I \quad (10)$$

Obliczanie obwodów pasywnych, tzn. składających się z samych rezystancji w różnych układach połączeń, polega na sprowadzeniu złożonego obwodu do obwodu, zawierającego tylko jedną rezystancję zastępczą.

Przyłączeniu szeregowym (rys. 5) prąd  $I$  przepływa przez wszystkie rezystory.

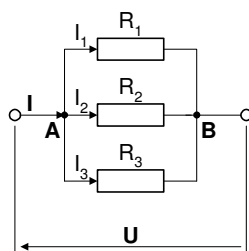


Rys. 5. Łączenie szeregowe rezystorów

Przyłączeniu szeregowym rezystancja zastępcza równa się sumie rezystancji składowych:

$$R_z = \sum R. \quad (11)$$

Przyłączeniu równoległym (rys. 6) prąd  $I$  rozgałęzia się w węzłach A i B obwodu. Napięcie pomiędzy punktami A i B jest stałe i wynosi  $U$ .



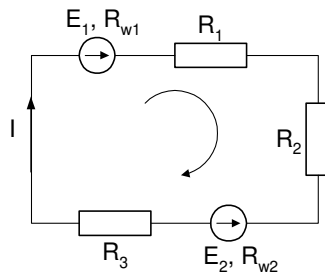
Rys. 6. Łączenie równoległe rezystorów.

Przyłączeniu równoległym rezystorów, odwrotność rezystancji zastępczej równa się sumie odwrotności rezystancji składowych:

$$\frac{1}{R_z} = \sum \frac{1}{R} \quad (12)$$

W wielu przypadkach obwód pasywny stanowi układ mieszany połączeń szeregowych i równoległych. Obliczanie obwodu polega wówczas na kolejnym sprowadzaniu do układów coraz prostszych, aż do otrzymania jednej rezystancji zastępczej.

Przy obliczaniu obwodów aktywnych stosuje się prawa Kirchhoffa. Dla obwodu nierozgałęzionego zakłada się kierunek dodatni, np. prawoskrętny.



Rys. 7. Przykład obwodu nierozgałęzionego

Wszystkie siły elektromotoryczne i prądy o kierunku dodatnim mają znak plus, a o kierunku przeciwnym – znak minus. A zatem dla obwodu z rys. 7, zgodnie z drugim prawem Kirchhoffa:

$$E_1 - E_2 = (R_{w1} + R_1 + R_2 + R_{w2} + R_3) \cdot I, \quad (13)$$

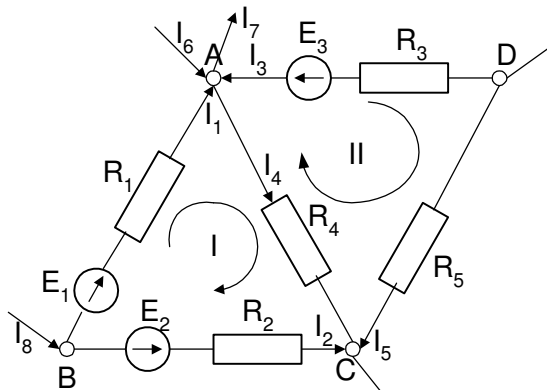
w którym

$$\sum E = E_1 - E_2; \quad \sum R \cdot I = (R_{w1} + R_1 + R_2 + R_{w2} + R_3) I \quad (14-15)$$

stąd:

$$I = \frac{\sum E}{\sum R}. \quad (16)$$

Dla obwodów rozgałęzionych (rys. 8) układu się równania węzłowe i równania oczkowe.



Rys. 8. Obwód aktywny rozgałęziony

Na przykład dla węzła A, przy założeniu, że prądy dopływające do węzła są dodatnie, a wypływające – ujemne:

$$I_1 + I_3 + I_6 - I_4 - I_7 = 0 \quad (17)$$

dla węzłów B i C odpowiednio:

$$I_8 - I_1 - I_2 = 0 \quad I_2 + I_4 + I_5 = 0 \quad (18-19)$$

Dla oczka I przy założonym kierunku dodatnim - prawoskrętnym:

$$E_1 - E_2 = R_1 \cdot I_1 - R_2 \cdot I_2 + R_4 \cdot I_4 \quad (20)$$

dla oczka II przy założonym kierunku dodatnim - prawoskrętnym:

$$-E_3 = -R_3 \cdot I_3 - R_4 \cdot I_4 + R_5 \cdot I_5. \quad (21)$$

Należy ułożyć tyle równań, ile jest gałęzi obwodu. Każda gałąź jest reprezentowana, przez co najwyżej jeden element aktywny  $E$  (SEM) i jeden element pasywny. W przypadku gałęzi złożonych sprowadza się je do elementarnej gałęzi prostej o jednym elemencie aktywnym i jednym

pasywnym, przy czym rezystancja wewnętrzna źródła prądu włącza się do całkowitej rezystancji gałęzi.

Istnieją też inne metody rozwiązywania obwodów elektrycznych np. metoda oczkowa (zwana też metodą prądów oczkowych, prądów obwodowych lub prądów cyklicznych).

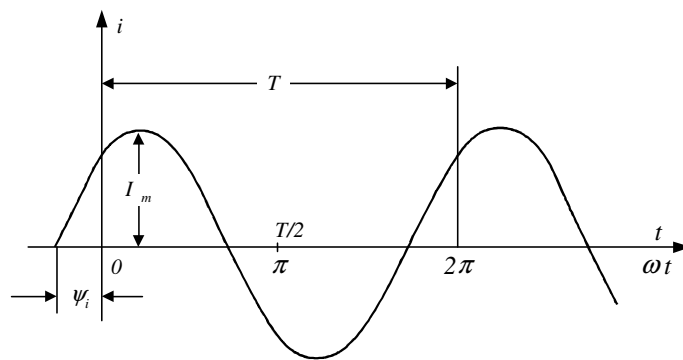
### 2.3 Obwody prądu przemiennego

Prądem przemiennym nazywa się prąd okresowo zmienny, którego wartość i kierunek jest okresową funkcją czasu. Cechą charakterystyczną prądów przemiennych jest to, że cykl zmian powtarza się w ciągu czasu  $T$  (okresu). Odwrotność okresu nazywamy częstotliwością prądu  $f$ :

$$f = \frac{1}{T} \quad (22)$$

Jednostką częstotliwości w układzie SI jest herc (Hz).

Prąd sinusoidalnie przemienny to prąd o zmianach okresowych, opisanych funkcją sinusoidalną:



Rys. 9. Przebieg prądu przemiennego

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \psi_i) \quad (23)$$

analogicznie napięcie:

$$u(t) = U_m \sin(\omega t + \psi_u) \quad (24)$$

gdzie:  $U_m, I_m$  - wartość maksymalna (amplituda)

$\omega$  - pulsacja, określona wzorem  $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$\psi$  - kąt fazy początkowej ( $t = 0$ )

$\varphi = \psi_u - \psi_i$  - kąt fazowy.

Prąd przemienny określają również wielkości:

- **wartość skuteczna**  $I$  zdefiniowana jako: wartość skuteczna prądu przemiennego przepływającego przez rezystor idealny równa się natężeniu takiego prądu stałego, który w czasie  $T$  równym okresowi wydzieli w rezystorze taką samą ilość energii cieplnej co prąd przemienny, wyraża się ją zależnością opisaną wzorem:

$$I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt} \quad \text{- dla prądu sinusoidalnie przemiennego } I = \frac{I_m}{\sqrt{2}} \quad (25)$$

- **wartość średnia**  $I_{sr}$  określona wzorem:

$$I_{sr} = \frac{2}{T} \int_0^{\frac{1}{2}T} i(t) dt \quad \text{- dla prądu sinusoidalnie przemiennego } I_{sr} = \frac{2}{\pi} I_m \approx 0,637 I_m \quad (26)$$

Wzajemne stosunki pomiędzy wartością maksymalną, skuteczną oraz średnią wyrażają odpowiednie współczynniki. Stosunek wartości maksymalnej do skutecznej nosi nazwę współczynnika szczytu:

$$k_s = \frac{I_m}{I} \quad (27)$$

natomiast stosunek wartości skutecznej do średniej nazwany jest współczynnikiem kształtu:

$$k_k = \frac{I}{I_{sr}} \quad (28)$$

Powyższe określenia dotyczą także napięcia.

Przy obliczaniu obwodów prądu przemiennego stosuje się prawa:

**1. Prawo Ohma dla prądu przemiennego**, które można wyrazić:

w postaci zespolonej: 
$$\underline{U} = \underline{Z} \cdot \underline{I} \quad (29)$$

dla modułów liczb zespolonych można je zapisać:

$$U = Z \cdot I \quad (30)$$

gdzie:  $\underline{U}, \underline{I}$  - wartości skuteczne zespolone napięcia i prądu;  $\underline{Z}$  - impedancja zespolona;  
 $U, I$  - wartości skuteczne napięcia i prądu;  $Z$  - impedancja.

Impedancja w obwodach prądu przemiennego jest odpowiednikiem rezystancji w obwodach prądu stałego. Sposób jej wyznaczania dla poszczególnych przypadków przedstawiony został w Tabeli 1.

**2. Pierwsze prawo Kirchhoffa dla obwodów prądu sinusoidalnego:** „suma algebraiczna wartości chwilowych prądów w dowolnym węźle obwodu elektrycznego jest równa zero”

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0 \quad (31)$$

W zapisie symbolicznym: "Suma geometryczna wartości prądów w dowolnym węźle obwodu elektrycznego jest równa zero":

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0 \quad (32)$$

**3. Drugie prawo Kirchhoffa dla obwodów prądu sinusoidalnego:** „suma algebraiczna wartości chwilowych spadków napięć na wszystkich elementach R, L, C jest równa sumie sił elektromotorycznych w zamkniętym oczku obwodu”

$$\sum_{k=1}^n (u_{Rk} + u_{Lk} + u_{Ck}) = \sum_{k=1}^n e_k \quad (33)$$

gdzie:  $u_{Rk}, u_{Lk}, u_{Ck}$  - wartości chwilowe spadków napięć odpowiednio na rezystancji, reaktancji indukcyjnej i reaktancji pojemnościowej k-tej gałęzi oczka.

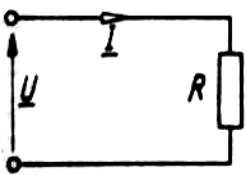
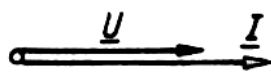
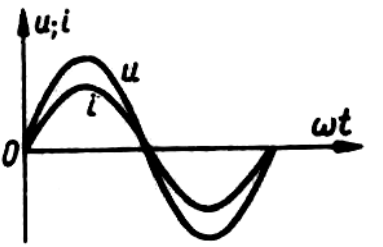
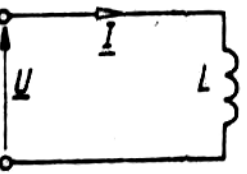
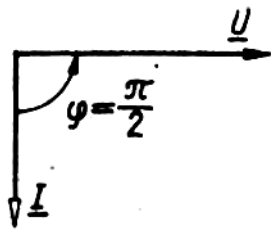
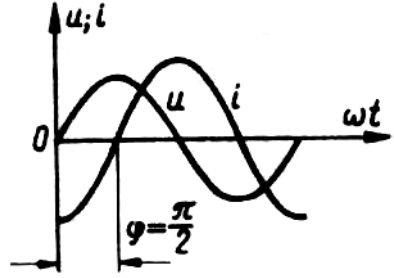
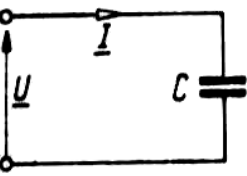
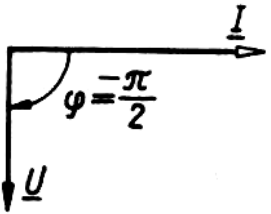
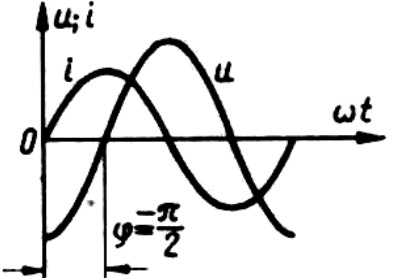
Drugie prawo Kirchhoffa w ujęciu symbolicznym: "suma geometryczna wartości skutecznych spadków napięć na wszystkich elementach odbiorczych w dowolnym oczku zamkniętym obwodu elektrycznego jest równa sumie wartości sił elektromotorycznych w tym oczku:

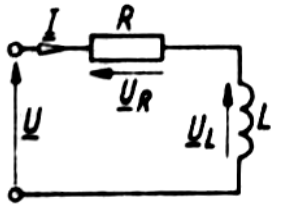
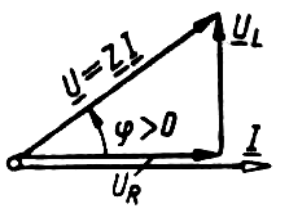
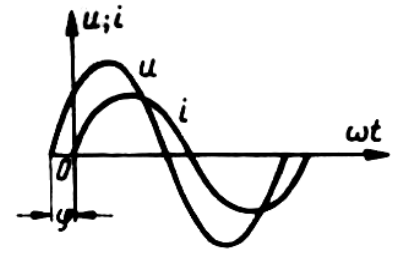
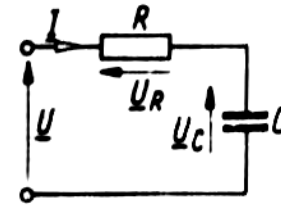
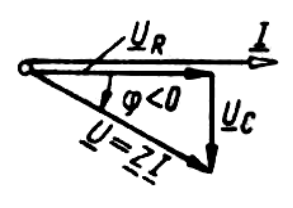
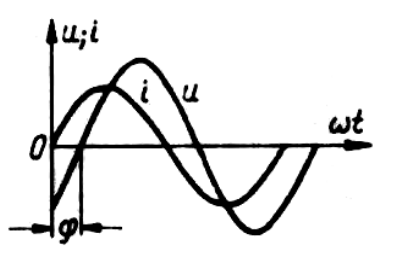
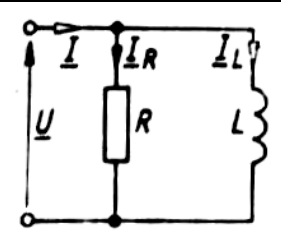
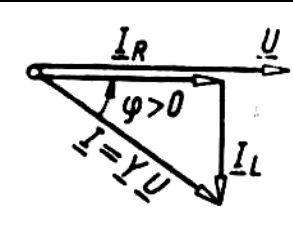
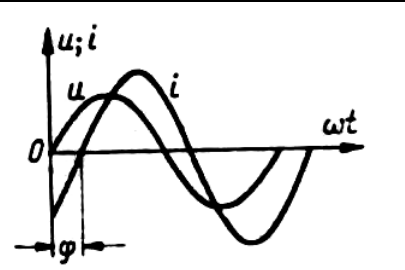
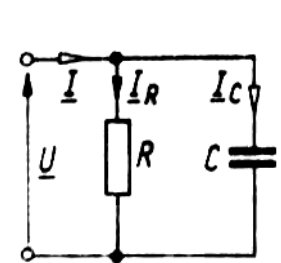
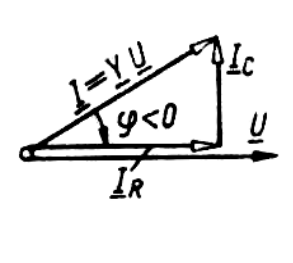
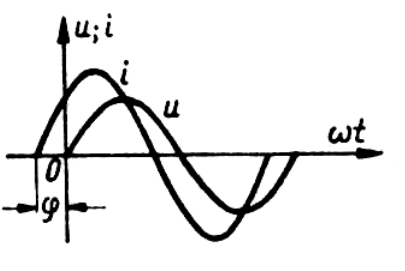
$$\sum_{k=1}^n (\underline{U}_{Rk} + \underline{U}_{Lk} + \underline{U}_{Ck}) = \sum_{k=1}^n \underline{E}_k \quad (34)$$

lub: 
$$\sum_{k=1}^n \left( R_k + j\omega L_k - j\frac{1}{\omega C_k} \right) I_k = \sum_{k=1}^n \underline{E}_k \quad (35)$$



Tabela 1. Impedancje zespolone i wykresy dwójników R,L,C

Rodzaj dwójnika	Schemat	Impedancja zespolona	Moduł impedancji	Wykres wektorowy	Wykres czasowy
Rezystor R		$Z = R$	$Z = R$ $\varphi = 0$		
Cewka L		$Z = j\omega L =$ $= jX_L$	$Z = X_L$ $\varphi = \frac{\pi}{2}$		
Kondensator C		$Z = -j\frac{1}{\omega C} =$ $= -jX_C$	$Z = X_C$ $\varphi = -\frac{\pi}{2}$		

szeregowy R,L		$\underline{Z} = R + j\omega L$ $X_L = \omega L$	$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$ $\varphi = \arctan \frac{X_L}{R}$		
szeregowy R,C		$\underline{Z} = R - jX_C$ $X_C = \frac{1}{\omega C}$	$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$ $\varphi = \arctan \frac{-X_C}{R}$		
równoległy R,L		$\underline{Z} = \frac{G}{Y^2} + j\frac{B_L}{Y^2}$ $G = \frac{1}{R}; B_L = \frac{1}{\omega L}$ $\underline{Y} = G - jB_L$	$Z = \frac{\sqrt{G^2 + B_L^2}}{Y^2}$ $\varphi = \arctan \frac{B_L}{G}$		
równoległy R,C		$\underline{Z} = \frac{G}{Y^2} - j\frac{B_C}{Y^2}$ $G = \frac{1}{R}; B_C = \omega C$ $\underline{Y} = G + jB_C$	$Z = \frac{\sqrt{G^2 + B_C^2}}{Y^2}$ $\varphi = \arctan \frac{-B_C}{G}$		

## 2.4 Przyrządy pomiarowe.

Miernikiem elektrycznym nazywa się przyrząd pomiarowy do wskazywania z określoną dokładnością wartości mierzonej wielkości elektrycznej, wyskalowany w jednostkach wielkości mierzonej. Istnieje wiele różnych odmian, rodzajów i typów mierników elektrycznych. Najczęściej stosowane to przyrządy elektromechaniczne: magnetoelektryczne i elektromagnetyczne. Coraz częściej stosuje się też przyrządy cyfrowe.

### 2.4.1 Dokładność miernika

Błąd (uchyby) bezwzględny miernika  $\Delta$  jest to różnica między wartością wskazaną przez miernik  $W_w$  i wartością rzeczywistą wielkości mierzonej  $W_r$

$$\Delta = W_w - W_r \quad (36)$$

Błąd może przyjmować wartości zarówno dodatnie jak i ujemne.

Stosunek błędu bezwzględnego miernika do wartości znamionowej zakresu pomiarowego nosi nazwę błędu (uchybu) względnego miernika

$$\delta = \frac{\Delta}{W_{\max}} = \frac{W_w - W_r}{W_{\max}} \quad (37)$$

Dokładność miernika – określana przez największy dopuszczalny błąd względny miernika  $\delta_{\max}$ , zwany także błędem zakresowym miernika – jest to wyrażony w procentach stosunek największej wartości błędu bezwzględnego  $\Delta_{\max}$  w danym zakresie pomiarowym do wartości znamionowej zakresu pomiarowego  $W_{\max}$

$$\delta_{\max} \% = \frac{\Delta_{\max}}{W_{\max}} \cdot 100\% \quad (38)$$

Ze względu na błąd zakresowy stosuje się różne klasy dokładności mierników: 0.1; 0.2; 0.5; 1; 1.5; 2.5; 5. Dla miernika klasy 0.1 błąd  $\delta_{\max}$  jest co najwyżej równy 0.1% itd. Klasa dokładności jest cechą charakterystyczną miernika, natomiast nie określa bezpośrednio dokładności pomiarów wykonywanych tym miernikiem.

Uchyb względny pomiaru  $\delta_p$  spowodowany przez uchyb miernika określa zależność:

$$\delta_p = \frac{\Delta}{W_r} = \delta \frac{W_{\max}}{W_r} \quad (39)$$

Wzór ten wskazuje, że im mniejsza jest wartość mierzona w stosunku do zakresu pomiarowego, tym większy jest uchyb pomiaru i z tego wynikająca mniejsza dokładność. Jako najdokładniejsze przyjmuje się wskazania powyżej 2/3 podziałki.

### 2.4.2 Stała zakresowa miernika

Stała zakresowa miernika  $C$  dla danego zakresu pomiarowego jest to stosunek wartości znamionowej zakresu  $W_{\max}$  do liczby działek podziałki  $n$

$$C = \frac{W_{\max}}{n} \quad (40)$$

Aby otrzymać wartość wielkości mierzonej należy liczbę działek odpowiadającą odchyleniu wskazówki pomnożyć przez stałą miernika.

Stała miernika jest odwrotnością czułości przyrządu:

$$C = \frac{1}{S} = \frac{dW}{d\alpha} \quad (41)$$

### 2.4.3 Czułość miernika

Czułość miernika wyraża jego zdolność do reagowania na zmiany wielkości mierzonej i jest liczbowo równa stosunkowi zmiany odchylenia wskazówki do zmiany wielkości mierzonej

$$S = \frac{d\alpha}{dW} \quad (42)$$

gdzie:  $\alpha$  - odchylenie organu ruchomego;  $W$  - mierzona wielkość elektryczna.

Jeżeli zależność  $\alpha = f(W)$  jest prostopadła, to  $S = \text{const}$ .

### 2.4.4 Zmiana zakresu pomiarowego mierników.

#### 2.4.4.1 Zmiana zakresu pomiarowego mierników magnetoelektrycznych

Mierniki magnetoelektryczne służą do pomiaru prądu lub napięcia stałego. Miernikami magnetoelektrycznymi są nazywane mierniki, w których odchylenie organu ruchomego następuje w wyniku współdziałania pola magnetycznego wytworzonego przez magnes stały i pola magnetycznego wytworzonego w cewce przez prąd płynący w obwodzie.

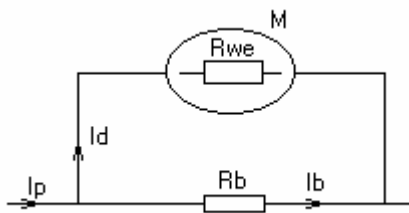
Rezystancja zastępcza miernika (rezystancja wewnętrzna)  $R_{we}$  stanowi sumę rezystancji cewki ustroju pomiarowego oraz rezystancji sprężynek.

Sposób włączenia do obwodu pomiarowego ustroju skojarzonego z odpowiednią rezystancją stanowi o zastosowaniu miernika elektromagnetycznego jako amperomierza lub woltomierza.

#### Amperomierze.

Najprostszym amperomierzem magnetoelektrycznym jest amperomierz bezpośredni o zakresie pomiarowym do 25 mA, włączony szeregowo do obwodu pomiarowego.

W celu zwiększenia zakresu pomiarowego amperomierza magnetoelektrycznego boczkuje się jego ustrój pomiarowy za pomocą rezystora zwanego bocznikiem. Schemat amperomierza z bocznikiem przedstawia rys. 10.



- $R_{we}$  - rezystancja zastępcza miernika,
- $I_d$  - prąd dopuszczalny ustroju pomiarowego,
- $I_p$  - prąd pomiarowy,
- $R_b$  - rezystancja bocznika,
- $I_b$  - prąd bocznika

Rys. 10. Poszerzanie zakresu miernika magnetoelektrycznego w układzie amperomierza.

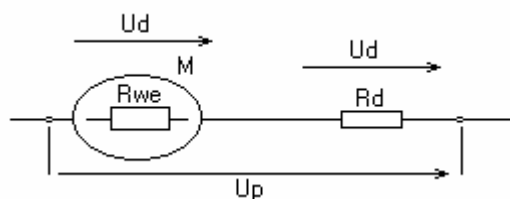
gdzie:  $R_{we}$  - rezystancja zastępcza miernika,  $I_d$  - prąd dopuszczalny ustroju pomiarowego,  $I_p$  - prąd pomiarowy,  $R_b$  - rezystancja bocznika,  $I_b$  - prąd bocznika.

Rezystancję bocznika określa zależność:  $R_b = \frac{R_{we}}{n-1}$ , gdzie  $n = I_p/I_d$  (43)

#### Woltomierze.

Magnetoelektryczny ustrój pomiarowy włączony równolegle do obwodu pomiarowego służy do pomiaru napięcia stałego. Najprostszym woltomierzem magnetoelektrycznym jest woltomierz bezpośredni. Jego zakres pomiarowy jest jednak minimalny. Poszerzenia zakresu

pomiarowego woltomierza dokonuje się przez zwiększenie jego rezystancji - szeregowe włączenie rezystancji dodatkowej. Schemat woltomierza z rezystancją dodatkową przedstawiono na rys. 11.



$R_{we}$  - rezystancja zastępcza miernika,  
 $U_d$  - dopuszczalny spadek napięcia na rezystancji zastępczej miernika,  
 $U_p$  - napięcie pomiarowe,  
 $R_d$  - rezystancja dodatkowa

Rys. 11. Poszerzanie zakresu miernika magnetoelektrycznego w układzie woltomierza.

Rezystancję dodatkową określa zależność:

$$R_d = R_{we} (m - 1), \text{ gdzie } m = U_p / U_d \quad (44)$$

#### 2.4.4.2 Zmiana zakresu pomiarowego mierników elektromagnetycznych

Mierniki elektromagnetyczne służą do pomiaru wartości skutecznych prądów i napięć przemiennych. Amperomierze wielozakresowe wykonuje się z zastosowaniem: cewki pomiarowej podwójnej, cewki z odczepami, z przekładnikiem.

Prąd mierzony oblicza się ze wzoru:

$$I = k_I I_A \quad (45)$$

w którym:  $I_A$  - prąd zmierzony przez miernik,  
 $k_I$  - przekładnia przekładnika prądowego.

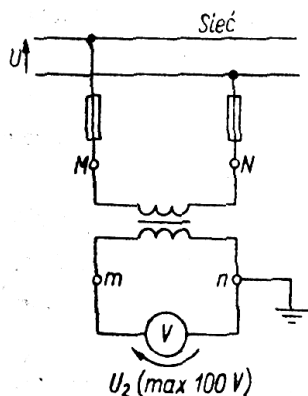
Do pomiarów napięcia przemiennego stosuje się woltomierze elektromagnetyczne. W woltomierzach wielozakresowych stosuje się rezystancje dodatkowe, transformatory pomiarowe lub cewki podwójne.

Napięcie mierzone oblicza się ze wzoru:

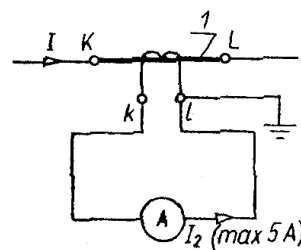
$$U = k_U U_V \quad (46)$$

w którym:  $U_V$  - napięcie zmierzone przez miernik,  $k_U$  - przekładnia przekładnika napięciowego.

Przekładniki są transformatorami stosowanymi w układach pomiarowych w celu dopasowania mierzonych napięć i prądów do znormalizowanych zakresów woltomierzy, amperomierzy oraz mierników mocy i energii. Zaciski przekładników oznacza się literami, jak pokazano na schematach (rys. 12, 13), zaciski uzwojenia pierwotnego - dużymi literami; zaciski uzwojenia wtórnego - małymi literami.



Rys. 12. Sposób przyłączania przekładnika napięciowego



Rys. 13. Sposób przyłączania przekładnika prądowego; 1 - uzwojenie pierwotne

Przekładniki napięciowe (Rys. 12) są przeznaczone do rozszerzania zakresów napięciowych woltomierzy, watomierzy oraz przekładników napięciowych itp. Przekładnia napięciowa przekładników jest w przybliżeniu równa przekładni zwojowej. Przekładniki napięciowe wykonuje się tak, że przy napięciu znamionowym uzwojenia pierwotnego, napięcie uzwojenia wtórnego wynosi 100 V.

Przekładniki prądowe (Rys. 13) są przeznaczone do rozszerzania zakresów prądowych amperomierzy, watomierzy, liczników, przekładników prądowych itp. Przekładnia zwojowa przekładników prądowych jest w przybliżeniu równa przekładni prądowej. Przekładniki wykonuje się tak, że przy wartości znamionowej prądu w uzwojeniu pierwotnym, prąd w zwartym uzwojeniu wtórnym wynosi 5 A.

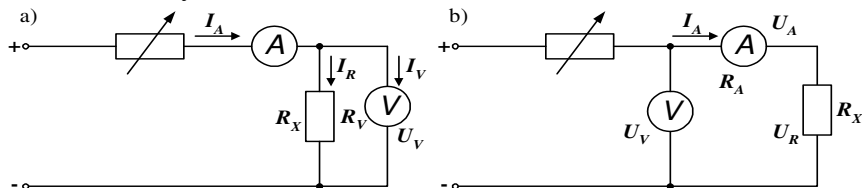
## 2.5 Metoda techniczna pomiaru wielkości elektrycznych ( $R, L, C, Z$ )

Metoda techniczna jest **pośrednią** metodą pomiarową. Polega na bezpośrednim pomiarze wielkości elektrycznych i wykonaniu odpowiednich obliczeń.

### 2.5.1 Metoda techniczna pomiaru rezystancji

Pomiar rezystancji metodą techniczną polega na pomiarze prądu i napięcia (w odpowiednio połączonym obwodzie pomiarowym zasilanym prądem stałym lub przemiennym) oraz wykonaniu odpowiednich obliczeń.

Sposoby włączenia przyrządów do układu umożliwiającego pomiar rezystancji metodą techniczną przedstawiono na rys. 14.



Rys. 14. Układy do pomiaru rezystancji metodą techniczną w obwodzie prądu stałego.

Układ z rys. 14a. stosuje się do pomiaru rezystancji małych, tj. gdy zachodzi nierówność  $R_V \gg R_X$ . W przypadku tym rezystancję oblicza się z zależności:

$$R_X = \frac{U_V}{I_A} \quad (47)$$

w której  $U_V$  i  $I_A$  są wartościami odczytanymi z woltomierza i amperomierza. Obliczona wartość  $R_X$  jest obciążona błędem metody, wynikającym z pominięcia poboru prądu  $I_V$  przez woltomierz. Błąd ten jest zawsze ujemny – czyli obliczona rezystancja jest mniejsza od rzeczywistej.

Wartość poprawną mierzonej rezystancji oblicza się z zależności:

$$R'_X = \frac{U_V}{I_A - I_V} = \frac{U_V}{I_R}; \quad R'_X = \frac{U_V}{I_A} + p_V; \quad p_V = \frac{U_V^2}{I_A(R_V I_A - U_V)} \quad (48-50)$$

przy czym  $p_V$  oznacza poprawkę, którą trzeba dodać, aby uwzględnić pobór prądu przez woltomierz.

Układ z rys. 14b. stosuje się do pomiaru rezystancji dużych, tj. gdy  $R_A \ll R_X$ . Rezystancję oblicza się stosując zależność nr 61. Wynik ten jest obciążony błędem metody, wynikającym z pominięcia spadku napięcia na amperomierzu. Wartość poprawną oblicza się z zależności:

$$R'_X = \frac{U_V - U_A}{I_A}; \quad R'_X = \frac{U_V}{I_A} + p_A; \quad p_A = -R_A \quad (51-53)$$

przy czym  $p_A$  oznacza poprawkę, którą trzeba dodać do wyniku, aby uwzględnić spadek napięcia na amperomierzu.

## 2.5.2 Metoda techniczna pomiaru indukcyjności i pojemności

### Pomiar pojemności kondensatora.

Pomiar pojemności kondensatora metodą techniczną polega na bezpośrednim pomiarze prądu i napięcia w odpowiednio połączonym obwodzie pomiarowym zasilanym prądem przemiennym oraz wykonaniu odpowiednich obliczeń. Do pomiarów można wykorzystać schemat pomiarowy dotyczący pomiaru indukcyjności metodą techniczną rys. 15.

Podczas pomiarów pojemności zbędny jest watomierz, gdyż założeniem jest pomijalność rezystancji (upływności) kondensatora, czyli:

$$\frac{U}{I} = Z = X_C \quad (54)$$

gdzie:  $X_C$  - reaktancja pojemnościowa jest opisana zależnością  $X_C = \frac{1}{2\pi f C}$  i stąd:

$$C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{2\pi f Z} = \frac{I}{2\pi f U} \quad [\text{F}] \quad (55)$$

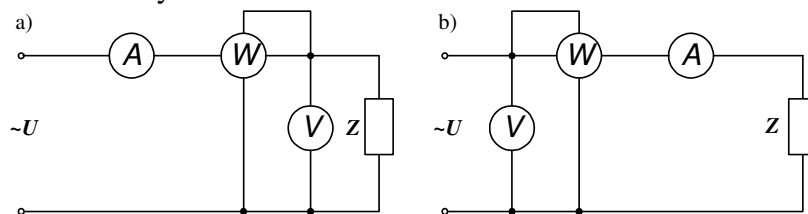
gdzie:  $f$  - częstotliwość prądu przemiennego;  $X_C$  - reaktancja pojemnościowa.

Do obliczeń należy przyjąć częstotliwość techniczną  $f = 50\text{Hz}$

### Pomiar indukcyjności cewki.

Cewka jest elementem rzeczywistym obwodów i praktycznie stanowi (zgodnie z rys. 4b.) szeregowo połączenie reaktancji indukcyjnej  $X_L$  oraz rezystancji  $R_L$ .

Pomiar indukcyjności cewki metodą techniczną polega na bezpośrednim pomiarze prądu i napięcia w odpowiednio połączonym obwodzie pomiarowym zasilanym prądem przemiennym oraz wykonaniu odpowiednich obliczeń. Schemat pomiarowy dotyczący pomiaru indukcyjności metodą techniczną przedstawiono na rys. 15.



Rys. 15. Układy do pomiaru indukcyjności metodą techniczną.

Wykorzystując pomiary  $U$ ,  $I$  oraz  $P$  oraz zależności pomiędzy nimi wyznacza się indukcyjność cewki jako:

$$L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{Z^2 - R_L^2} \quad (56)$$

gdzie: impedancja cewki  $Z = \frac{U}{I}$ ; rezystancja cewki  $R_L = Z \cos \varphi = \frac{U}{I} \cos \varphi$ .

Ponieważ:  $\cos \varphi = \frac{P}{UI}$ , to:  $R_L = \frac{U}{I} \frac{P}{UI} = \frac{P}{I^2}$  (57)

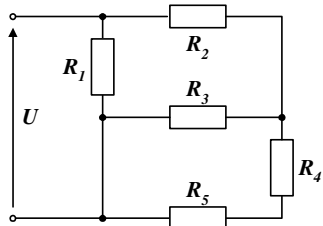
Ostatecznie:  $L = \frac{1}{2\pi f} \sqrt{\frac{U^2}{I^2} - \frac{P^2}{I^4}}$  [H] (58)

Do obliczeń należy przyjąć częstotliwość techniczną  $f = 50\text{Hz}$ .

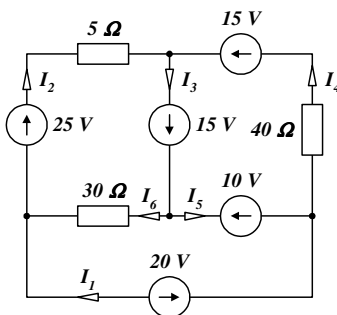
Rezystancję cewki  $R_L$  można pomierzyć również metodą techniczną włączając ją w obwód pomiarowy zasilany prądem stałym (patrz opis 2.5.1). Jednak z powodu nawinięcia uzwojeń cewki na rdzeń ferromagnetyczny (nieliniowość współczynnika  $\mu$  - uzależnienie od płynącego prądu) stosowaną metodą jest przedstawiona na rys. 15.

## 2.6 Przykładowe zadania

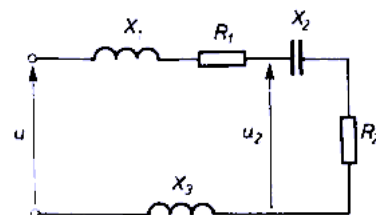
### 2.6.1 Obliczanie obwodów prądu stałego



Rys. 16. Układ połączeń rezystorów



Rys. 17. Układ połączeń elementów



Rys. 18. Układ połączeń elementów  $R, X$ .

#### Zadanie nr 1

Obliczyć rezystancję zastępczą obwodu przedstawionego na rysunku 16 korzystając z odpowiednich połączeń rezystancji: szeregowych i równoległych, jeżeli:  $R_1 = 40\Omega$ ,  $R_2 = 5\Omega$ ,  $R_3 = 10\Omega$ ,  $R_4 = 4\Omega$ ,  $R_5 = 6\Omega$ . Wyznaczyć prądy, przy założeniu, że  $U = 80V$ .

#### Zadanie nr 2

Korzystając z metody oczkowej, obliczyć prądy w gałęziach w obwodzie przedstawionym na rysunku 17.

### 2.6.2 Obliczanie obwodów prądu przemiennego

#### Zadanie nr 3

W obwodzie przedstawionym na rys. 18 dany jest przebieg napięcia  $u_2(t) = 100\sin(\omega t + 20^\circ)$ . Wyznaczyć przebieg napięcia zasilającego  $u$ , jeżeli:  $R_1 = 6\Omega$ ,  $R_2 = 6\Omega$ ,  $X_1 = 10\Omega$ ,  $X_2 = 8\Omega$ ,  $X_3 = 7\Omega$ .

## 3 Literatura pomocnicza

1. Przeździecki F., „Elektrotechnika i elektronika”
2. „Elektrotechnika i elektronika dla nieelektryków” – praca zbiorowa; WNT, Warszawa 1971, 1995
3. Szumanowski A. wykład z przedmiotu „Elektrotechnika i elektronika”
4. Bolkowski St. „Elektrotechnika teoretyczna – teoria obwodów elektrycznych”; WNT, Warszawa 1986,
5. Koziej E., Sochoń B. „Elektrotechnika i elektronika”; PWN, Warszawa 1982,
6. Kukurba H. Śliwa A. „Zbiór zadań z elektrotechniki”
7. Majerowska „Zbiór zadań z elektrotechniki”
8. Michałowski K., Przyjałkowski A. „Elektrotechnika z elektroniką”
9. Chwaleba A.; Poniński M.; Siedlecki A. Metrologia elektryczna WNT 1979r.

Opracował: dr inż. P. Piórkowski