

## Ćwiczenie 3

# BADANIE ROZKŁADU NAPRĘŻEŃ W OBCIĄŻONYCH ELEMENTACH MASZYN METODĄ ELASTOPTYCZNA

### 3.1. CEL ĆWICZENIA

Głównym celem ćwiczenia jest badanie i analiza rozkładu naprężeń w wybranych elementach maszyn znajdujących się pod obciążeniem. Przeprowadzenie tego rodzaju badań umożliwia praktyczne poznanie podstawowych zasad elastooptyki.

### 3.2. KRÓTKIE OMÓWIENIE METODY BADAŃ

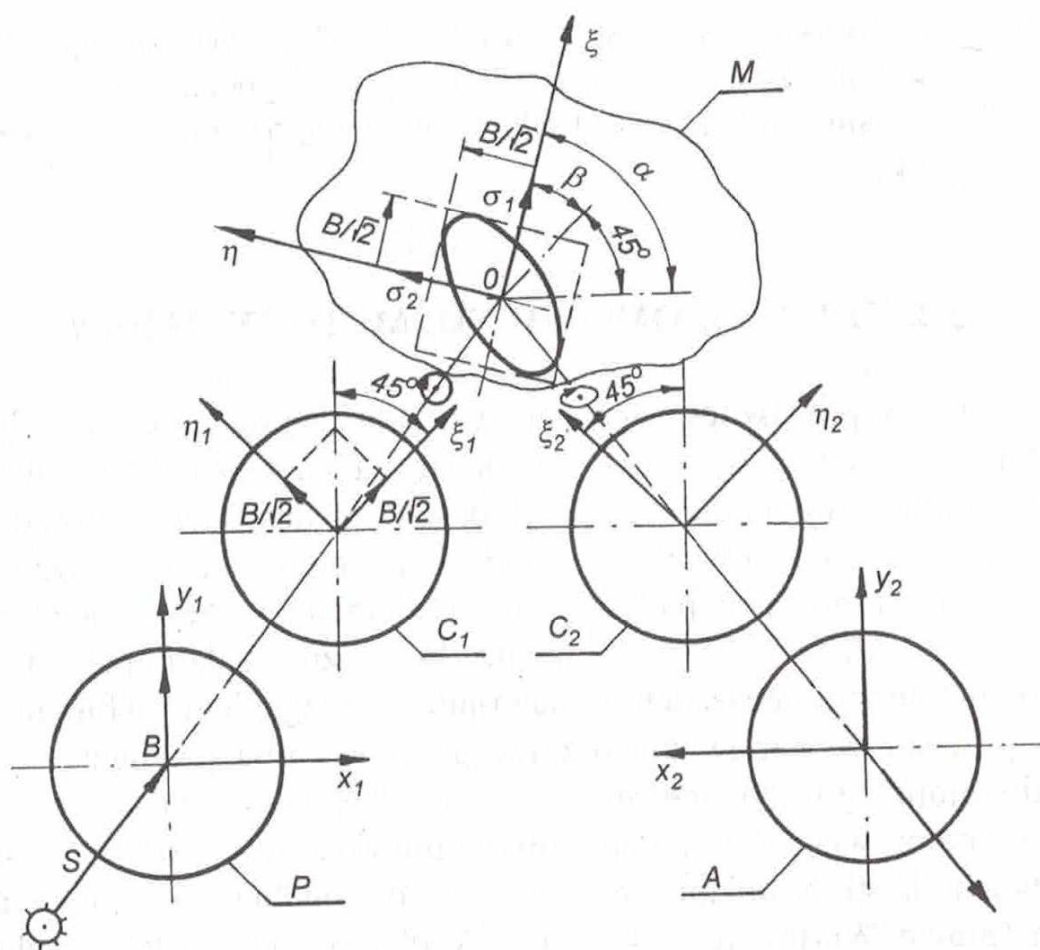
Jedną z polowych metod badania rozkładu naprężeń (odkształceń) jest metoda elastooptyczna. Metoda ta opiera się na zjawisku dwójłomności wymuszonej, które występuje w niektórych materiałach przezroczystych (tzw. materiałach elastooptycznych) pod działaniem obciążeń. Zjawisko to polega na tym, że promień padający na powierzchnię obciążonego materiału elastooptycznego ulega rozszczepieniu na dwa różnie załamujące się promienie. Promienie te po opuszczeniu materiału są względem siebie przesunięte w fazie z powodu występowania różnicy prędkości obu promieni w obszarze ośrodka dwójłomnego. To przesunięcie względne, nazywane również różnicą faz, opóźnieniem względnym bądź dwójłomnością jest zazwyczaj mierzone w jednostkach drogi promieni. Jest ono proporcjonalne do różnicy naprężeń głównych (prawo Wertheima z 1854 r.). W obciążonym materiale elastooptycznym osie optyczne są zgodne z kierunkami naprężeń głównych. Zanik obciążenia wywołuje zanik zjawiska dwójłomności w materiale.

Wielkość uzyskanego efektu elastooptycznego jest funkcją panujących w nim naprężeń. Stosując tę metodę do wyznaczania naprężeń w jakimś elemencie poddanym znanym obciążeniom wykonuje się zwykle w odpowiedniej skali jego model z materiału optycznie czułego. Model obciążany jest podobnie jak analizowany obiekt i następnie mierzony jest powstały efekt elastooptyczny za pomocą przyrządu zwanego polaryskopem.

Powszechnie stosowane są dwie metody badań elastooptycznych, tj. metoda prześwietlania modeli na wskroś i metoda powierzchniowej warstwy optycznie czynnej. Obie metody mają zastosowanie w przypadku płaskiego stanu naprężenia. Do badania przestrzennego stanu naprężenia w elementach maszynowych stosuje się metodę zamrażania naprężeń.

Wykorzystywane w ramach niniejszego ćwiczenia urządzenia umożliwiają badanie rozkładu naprężeń metodą powierzchniowej warstwy elastoptycznej. Badany element konstrukcji pokryty jest warstwą optycznie czynnego, przezroczystego tworzywa sztucznego. Pod wpływem obciążenia odkształcenia powierzchni elementu przekazywane są naklejonej warstwie tworzywa. Odkształcenia tworzywa z kolei wymuszają w nim dwójłomność optyczną światła spolaryzowanego, która jest liniowo zależna od wielkości tych odkształceń i może być obserwowana za pomocą polaryskopu.

Zasadę działania polaryskopu odblaskowego, tj. takiego jaki będzie używany podczas badań, przedstawia rys. 3.1.



Rys. 3.1. Układ optyczny stanowiska

Promienie światła naturalnego przechodząc przez polaryzator  $P$  zostają spolaryzowane liniowo w płaszczyznach pionowych, jeśli oś  $y_1$  wyznacza tzw. azymut polaryzacji. Oznacza to, że drgania wektorów świetlnych odbywają się w płaszczyznach równoległych do płaszczyzny wyznaczonej przez promień  $S$  i oś  $y_1$ . Do otrzymywania światła spolaryzowanego wykorzystuje się materiały wykazujące zjawisko dwójłomności naturalnej, wynikające z optycznej ich anizotropowości. Materiały te są w stanie naturalnym bądź odpowiednio przerobionym.

W filtrach polaryzacyjnych, obecnie powszechnie stosowanych w badaniach elastoptycznych, wykorzystuje się właściwości asymetrii pochłaniania

kryształy mineralne (np. herapatytu) i materiały organiczne mają zdolność silnego pochłaniania jednej z dwu grup wzajemnie prostopadłe spolaryzowanych promieni, otrzymywanych w wyniku podwójnego załamania.

Światło jest liniowo spolaryzowane wówczas, kiedy drgania wektora świetlnego odbywają się stale w określonej płaszczyźnie.

Umieszczona za polaryzatorem ćwierćfalówka  $C_1$  w położeniu, w którym jej osie optyczne tworzą kąt  $\pi/4$  z osią  $y_1$  zapewnia przekształcenie polaryzacji liniowej w polaryzację kołową przechodzącego przez nią promienia. Ćwierćfalówka jest wykonana z materiału wykazującego dwójłomność naturalną. Promień światła spolaryzowanego liniowo, przechodząc przez ćwierćfalówkę, ulega rozszczepieniu na dwa promienie składowe, których drgania odbywają się w płaszczyznach wzajemnie prostopadłych. Promienie te są przesunięte względem siebie o  $1/4$  długości fali (stąd nazwa ćwierćfalówka). Płaszczyzny drgań wyznacza linia padania promienia  $S$  z osiami optycznymi  $\xi_1$  i  $\eta_1$ , zwanymi również azymutami ćwierćfalówki.

Materiały stosowane na ćwierćfalówki powinny wykazywać jak najmniejsze pochłanianie selektywne. Na filtry ćwierćfalowe o małych wymiarach mogą być stosowane np. kwarc lub mika o odpowiednio zorientowanej osi optycznej. Do budowy filtrów o większych powierzchniach stosuje się błony organiczne (polimery), np. z alkoholu poliwinylowego. Polimery w tego rodzaju błonach obciążonych jednokierunkowo w stanie nagrzany ustawiają się w sposób uporządkowany (ich osie optyczne są wzajemnie równoległe). Jeśli błonę taką nasyci się jodem, to wykazuje ona wówczas bardzo silne właściwości dichroizmu. W celu zabezpieczenia błon organicznych przed mechanicznymi uszkodzeniami są one oklejane cienkimi płytami szklanymi.

Grubość materiału dwójłomnego użytego na ćwierćfalówkę można wyznaczyć na podstawie zależności w postaci:

$$g = \frac{\lambda}{4(n_n - n_z)}, \quad (3.1)$$

gdzie:  $\lambda$  – długość fali światła,

$n_n$  – współczynnik załamania promienia nadzwyczajnego,

$n_z$  – współczynnik załamania promienia zwyczajnego.

Zależność ta wynika ze związku określającego przesunięcie względne (różnicę faz) w postaci:

$$\delta = g(n_n - n_z). \quad (3.2)$$

Jeśli  $\eta_1$  wyznacza oś szybszą ćwierćfalówki, to znaczy promień świetlny, którego drgania odbywają się w płaszczyźnie przechodzącej przez linię  $S$  i azymut  $\eta_1$  wyprzedza drugi promień o  $1/4$  długości fali, to superpozycja

tych dwu wzajemnie prostopadłych drgań daje wypadkowy promień światła spolaryzowanego kołowo – prawoskrętnie. Wówczas, wypadkowy wektor świetlny ma stałą wartość równą  $B$  ( $B$  – amplituda drgań wektora świetlnego), a rzut jego końca na płaszczyznę prostopadłą do linii  $S$  porusza się ruchem jednostajnym po okręgu.

Promień światła spolaryzowanego kołowo padając na model przechodzi przez warstwę optycznie czynną dwukrotnie. Odbija się od wypolerowanej powierzchni metalowej modelu (bądź od specjalnego kleju odblaskowego) i trafia do ćwierćfalówki  $C_2$ . Jeśli model poddany jest obciążeniu, w warstwie optycznie czynnej zachodzi zjawisko dwójłomności wymuszonej. Kierunki naprężeń głównych  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  pokrywające się z osiami  $\xi$  i  $\eta$  wyznaczają w punkcie 0 badanego modelu nowe wzajemnie prostopadłe płaszczyzny polaryzacji dwóch składowych padającego promienia. Drgania tych nowych składowych zostają ponadto przesunięte względem siebie w fazie o kąt  $\varphi$ . Wielkość tego przesunięcia jest funkcją różnicy naprężeń głównych (prawo Wertheima) w postaci:

$$\frac{\varphi}{2\pi} = N = \frac{2g}{K_\sigma} (\sigma_1 - \sigma_2), \quad (3.3)$$

gdzie:  $N = \varphi/2\pi$  – określa wartość względnego przesunięcia składowych promienia w proporcji do pełnego kąta fazy równego  $2\pi$  (lub względne przesunięcie składowych  $\delta$  w proporcji do długości fali  $\lambda$ , gdzie  $\delta = N\lambda$ ),

- $g$  – grubość warstwy optycznie czynnej,
- $K_\sigma$  – naprężeniowa elastooptyczna stała materiałowa, zależna od rodzaju optycznie czułego materiału i zastosowanego światła (wyznaczana doświadczalnie).

Suma wektorowa składowych  $\xi$  i  $\eta$  daje wypadkowy promień światła spolaryzowanego eliptycznie. Oznacza to, że wypadkowy wektor świetlny ma wartość zmienną w czasie, a rzut końca tego wektora na płaszczyznę prostopadłą do linii  $S$  porusza się po elipsie. Kierunek polaryzacji (prawy lub lewy) zależy od wartości kąta przesunięcia fazowego  $\varphi$ . Identyczna polaryzacja następuje w tych wszystkich punktach modelu, w których  $\varphi = \text{const}$ , tzn. w tych miejscach, w których  $\sigma_1 - \sigma_2 = \text{const}$  dla określonej barwy światła (określonej długości fali świetlnej  $\lambda$ ). Stąd nazwa linii łączącej punkty, w których  $N = \text{const}$  – izochroma, zaś  $N$  nazywane jest rzędem izochromy.

Składowe promienia światła spolaryzowanego eliptycznie, drgające w płaszczyznach wzajemnie prostopadłych i przesunięte w fazie o kąt  $\pi/2 + \varphi$ , padając na ćwierćfalówkę  $C_2$ , której azymuty  $\xi_2$  i  $\eta_2$  ustawione są pod kątem  $\pi/4$  do osi  $y_2$ , ulegają dalszemu przekształceniu. Zostają one rozszczepione na cztery składowe odpowiednio cofnięte względem siebie w fazie o kąt  $\pi/2$ . W rezultacie superpozycji za ćwierćfalówką  $C_2$  otrzymuje się dwie skła-

Wzrędnymi  $n/2$  tego światła. W polaryskopie kołowym jest analizator  $A$ , który (będąc identycznym polaroidem jak polaryzator  $P$ ) polaryzuje liniowo przechodzące przez niego światło.

Jeśli w polaryskopie kołowym usuniemy ćwierćfalówki lub wyłączymy je z pracy ustawiając w położeniu, w którym osie szybkie ćwierćfalówek będą pokrywały się z azymutami polaroidów, to wówczas uzyskamy polaryskop liniowy. Za pomocą takiego polaryskopu obserwuje się w obciążonym modelu dwa rodzaje linii: izochromy i izokliny. Obserwowanie nałożonych na siebie izochrom i izoklin utrudnia niejednokrotnie interpretację przebiegu tych linii.

Polaryskop kołowy umożliwia usunięcie izoklin z pola widzenia, a tym samym pozwala dokładniej analizować pola naprężeń (odkształceń) w badanych elementach maszyn.

Izochromy o rzędach całkowitych ( $N = 0, 1, 2, 3, \dots$ ) obserwuje się w ciemnym polu widzenia. Istnieją dwa sposoby otrzymywania ciemnego pola widzenia w polaryskopie kołowym. Pierwszy z nich wymaga, aby płaszczyzny polaryzacji polarizatora i analizatora oraz osie szybkie ćwierćfalówek były skrzyżowane (polaryskop kołowy skrzyżowany), natomiast w drugim sposobie azymuty polaroidów i osie szybkie ćwierćfalówek muszą być równoległe (polaryskop taki nazywamy równoległym). Wówczas natężenie światła za analizatorem jest proporcjonalne do kwadratu amplitudy wektora świetlnego. Jego wartość określa związek w postaci:

$$I_a = kB^2 \sin^2(\pi N), \quad (3.4)$$

gdzie  $k$  oznacza współczynnik proporcjonalności.

Wygaszenie światła za analizatorem następuje w tych punktach, w których  $I_a = 0$  (tzn., w których  $\sin(\pi N) = 0$ ), czyli gdy  $N = 0, 1, 2, 3, \dots$ . Wówczas za analizatorem powstaje obraz linii dla  $N = \text{const}$ , przyjmującego wartości całkowite.

Półówkowe rzędy izochrom ( $N = 0,5, 1,5, 2,5, 3,5, \dots$ ) obserwuje się w jasnym polu widzenia. Istnieją również dwa sposoby otrzymywania jasnego pola widzenia. Zapewnia je tzw. polaryskop kołowy mieszany. Wówczas płaszczyzny polaryzacji polaroidów muszą być skrzyżowane a osie szybkie ćwierćfalówek równoległe bądź też odwrotnie, tzn. płaszczyzny polarizatora i analizatora równoległe a osie szybkie ćwierćfalówek skrzyżowane. Wtedy jasność światła za analizatorem określa zależność w postaci:

$$I_a = kB^2 \cos^2(\pi N), \quad (3.5)$$

Wygaszenie światła za analizatorem następuje, gdy  $I_a = 0$  (tzn.  $\cos^2(\pi N) = 0$ ), czyli dla  $N = 0,5, 1,5, 2,5, 3,5, \dots$ . Za analizatorem powstaje obraz izochrom

Otrzymane obrazy izochrom pozwalają określić rozkład różnicy naprężeń głównych w całym badanym obszarze modelu na podstawie zależności

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{K_\sigma}{2g} N = K_{\sigma m} N, \quad (3.6)$$

gdzie:  $K_{\sigma m} = K_\sigma / 2g$  jest elastooptyczną stałą modelową, określającą wartość jednej izochromy w  $[\text{MN}/\text{m}^2]$ .

Na swobodnym brzegu modelu, gdzie naprężenie prostopadłe do brzegu  $\sigma_2 = 0$ , wartość naprężenia do niego równoległego określa związek w postaci:

$$\sigma_1 = K_{\sigma m} N. \quad (3.7)$$

Wielkość odkształceń można ustalić na podstawie zależności

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = \frac{\lambda}{K \cdot 2g} N = \frac{K_e}{2g} N = K_{em} N, \quad (3.8)$$

gdzie:  $K_e$  – odkształceniowa elastooptyczna stała materiałowa ( $K_e = \lambda / K$ , gdzie  $K$  jest optyczno-odkształceniowym współczynnikiem czułości warstwy – stała elastooptyczna charakterystyczna dla materiału warstwy),

$K_{em}$  – odkształceniowa elastooptyczna stała modelowa.

Pomiędzy elastooptycznymi stałymi materiałowymi istnieje zależność wynikająca z prawa Hooke'a dla płaskiego stanu naprężenia w postaci:

$$\frac{K_\sigma}{K_e} = \frac{E}{1+\nu}, \quad (3.9)$$

gdzie:  $E$  – moduł Younga,  
 $\nu$  – liczba Poissona.

W metodzie optycznie czynnej warstwy powierzchniowej zakłada się, że odkształcenia warstwy tworzywa oraz powierzchni badanego modelu są wzajemnie proporcjonalne, tzn.:

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_2 = C(\varepsilon_{1k} - \varepsilon_{2k}), \quad (3.10)$$

gdzie:  $C$  – współczynnik proporcjonalności,  
 $\varepsilon_1 - \varepsilon_2$  – różnica odkształceń głównych w warstwie tworzywa,  
 $\varepsilon_{1k} - \varepsilon_{2k}$  – różnica odkształceń głównych w badanym elemencie konstrukcji (modelu).

Otrzymany obraz izochrom w warstwie optycznie czynnej przy zadanym obciążeniu pozwala ustalić (wykorzystując prawo Hooke'a dla płaskiego stanu

naprężenia) rozkład boźniczy naprężeń głównych na powierzchni badanego elementu konstrukcji na podstawie zależności w postaci:

$$\sigma_{1k} - \sigma_{2k} = \frac{K_{om} N}{C}, \quad (3.11)$$

gdzie:  $K_{om}$  – stała modelowa (wartość rzędu izochromy),  
 $E_k$  – moduł Younga materiału elementu,  
 $C$  – współczynnik proporcjonalności.

W przypadku płaskiego stanu naprężenia

$$C = \frac{1}{1 + \frac{gE(1+\nu)}{g_k E_k(1+\nu_k)}}, \quad (3.12)$$

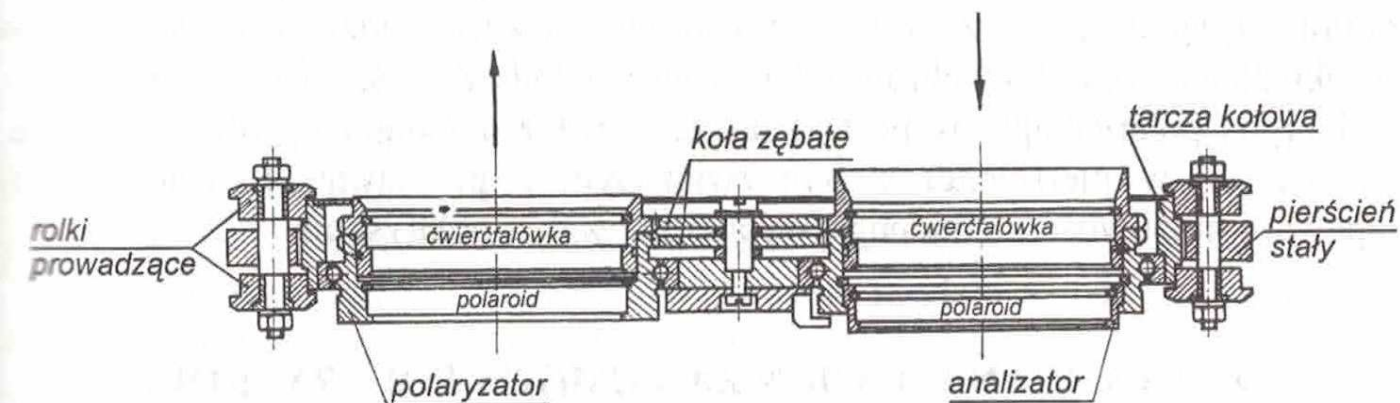
gdzie:  $g$  i  $g_k$  – grubość warstwy optycznie czynnej i modelu (elementu).

Obraz izoklin w badanym modelu można uzyskać wykorzystując polaryskop liniowy o skrzyżowanych osiach polaryzacji analizatora i polaryzatora (o ciemnym polu widzenia w analizatorze).

Punkty modelu, w których kierunki główne naprężeń i odkształceń są takie same, tworzą linie zwane izoklinami. Izoklina jest więc miejscem geometrycznym punktów o jednakowych kierunkach głównych. Kąt  $\alpha$  nazywamy parametrem izokliny i jest on zazwyczaj mierzony w pierwszej ćwiartce w kierunku przeciwnym do ruchu wskazówek zegara. Jest to kąt pomiędzy osią współrzędnych  $x$  a kierunkiem jednego z naprężeń głównych, wyznaczonych aktualnym położeniem skrzyżowanych osi filtrów polaryzacyjnych.

### 3.3. STANOWISKO BADAWCZE

W skład stanowiska badawczego wchodzi: rama obciążająca wraz z aparaturą pomiarową sił oraz polaryskop odblaskowy.



Rys. 3.2. Budowa polaryskopu odblaskowego

Urządzenia te wraz ze specjalnym oprzyrządowaniem umożliwiają badania rozkładu naprężeń w różnych elementach maszyn będących w stanie płaskiego

naprężenia. Schemat używanego podczas badań polaryskopu, konstrukcji prof. J. Stupnickiego, przedstawia rys. 3.2.

Głównymi zespołami polaryskopu odbłaskowego są: polaryzator i analizator. Każdy z wymienionych zespołów jest zbudowany z dwóch opraw pierścieniowych, w których osadzone są specjalne szkła optyczne. W głównym pierścieniu, ułożonym w korpusie polaryskopu, osadzony jest polaroid zapewniający światło spolaryzowane liniowo, natomiast w drugim pierścieniu, ustalonym obrotowo w pierścieniu głównym, wklejona jest ćwierćfalówka. Tak zbudowany zespół polaryzatora umożliwia uzyskanie światła spolaryzowanego liniowo lub kołowo.

Zespół analizatora jest zbudowany analogicznie jak polaryzator, z tą tylko różnicą, że szkła optyczne są umieszczone w oprawach pierścieniowych w kolejności odwrotnej jak w polaryzatorze, biorąc pod uwagę kierunek padającego promienia. Najpierw umieszczona jest ćwierćfalówka, natomiast w oprawie głównej jest osadzony polaroid.

Zarówno oprawy główne polaroidów, jak również oprawy ćwierćfalówek są sprzężone ze sobą za pomocą przekładni zębatach. Zamocowanie obrotowe opraw ćwierćfalówek w oprawach głównych i sprzężenie ich poprzez koła zębate zapewnia możliwość szybkiego ich włączenia do pracy lub wyłączenia z układu optycznego.

Sprzężenie opraw głównych polaroidów umożliwia pochylanie płaszczyzny polaryzacji światła. Kąt tego pochylecia odczytuje się na skali naciętej na oprawie głównej analizatora. Takie rozwiązanie umożliwia wspólny obrót polaroidów wraz z ćwierćfalówkami o dowolny kąt.

Umieszczenie ćwierćfalówek w ruchomych pierścieniach sprzężonych ze sobą poprzez koło zębate stwarza możliwość swobodnego ich obracania względem polaroidów o kąt od  $0^\circ$  do  $45^\circ$ . Jeżeli kąt jest równy  $0^\circ$  to ćwierćfalówki są nieczynne optycznie. Natomiast obrócenie ćwierćfalówek o kąt  $45^\circ$  względem polaroidów (zapewniające kąt  $45^\circ$  pomiędzy azymutami ćwierćfalówek i polaroidów) powoduje włączenie ich do układu optycznego. Wówczas uzyskuje się światło spolaryzowane kołowo.

W zespole analizatora polaroid jest osadzony w pierścieniu zamocowanym obrotowo w oprawie głównej. Umożliwia to niezależny obrót polaroidu analizatora względem polaryzatora, co w rezultacie stwarza możliwość precyzyjnego określania rzędów izochrom (stosowania metody pomiaru Tardy'ego).

Korpus polaryskopu, w postaci tarczy, wraz z układami optycznymi może się obracać w pierścieniu stałym związanym z podstawą. Rozwiązanie to zapewnia możliwość dokładnego wypoziomowania polaryskopu.

### 3.4. WYKONANIE BADAŃ ZA POMOCĄ POLARYSKOPU

Do wykonywania pomiarów należy polaryskop ustawić w odległości około 1 m od powierzchni, którą chcemy obserwować tak, aby płaszczyzna czołowa polaryskopu była równoległa do powierzchni badanej.



### 3.4.1. WYZNACZANIE ISOCHROM

Izochroma jest miejscem geometrycznym punktów, w których różnica naprężeń głównych jest stała.

Pierścień analizatora należy ustawić w pozycji zerowej. Filtry polaryzacyjne należy również ustawić w pozycji zerowej i obrócić ćwierćfalówki w kierunku zgodnym z ruchem wskazówek zegara (do oporu). Mamy wówczas układ przygotowany do badań w świetle spolaryzowanym kołowo.

Izochromy ujawniają się jako pasma kolorowe. Izochromy zerowe (przy dowolnej barwie światła spolaryzowanego) są czarne. Jeżeli wzdłuż pewnego kierunku następuje wzrost wartości izochrom, to obserwuje się następującą kolejność zasadniczych barw: dla pierwszego rzędu izochromy – żółty, czerwony, niebieski, zielony, dla drugiego rzędu – żółty, czerwony, zielony. Dla wszystkich kolejnych izochrom (poczynając od drugiego rzędu) kolory będą się powtarzać.

Szczególny punkt w tej sekwencji kolorów, odpowiadający pełnemu rzędowi izochromy, leży pomiędzy pasmem czerwonym i niebieskim lub każdym pasmem czerwonym i zielonym. Innym sposobem określania numeracji izochrom jest stopniowe obciążanie modelu i obserwowanie kolejności pojawiania się izochrom. Najwcześniej ujawniają się izochromy zerowe, potem pierwsze, drugie itd. Izochromy nie krzyżują się, tworząc otwarte lub zamknięte linie lub obszary. Obok siebie mogą znajdować się tylko izochromy sąsiednich albo tych samych rzędów.

Jeżeli punkt, który nas interesuje nie leży na żadnej izochromie, wtedy możemy naprowadzić izochromę niższego lub wyższego rzędu na badany punkt obracając pierścień analizatora w jedną lub drugą stronę, po uprzednim ustawieniu zespołu analizatora polaryskopu kołowego o ciemnym polu widzenia tak, aby osie filtru polaryzacyjnego pokrywały się z kierunkami głównymi w rozpatrywanym punkcie modelu. Jest to kompensacyjna metoda pomiaru Tardy'ego. Rzeczywisty rząd izochromy w danym punkcie wynosi wówczas:

$$N = N' \pm x, \quad (3.13)$$

gdzie:  $N$  – wartość rzędu izochromy w danym punkcie,

$N'$  – jest wartością pełnego rzędu izochromy przesuniętej do danego punktu,

$x$  – jest ułamkową wartością rzędu izochromy.

Wartość naprężeń, w przypadku wykonania modelu z materiału optycznie czynnego i zastosowania kleju odbłaskowego, określa zależność wynikająca z podstawowego prawa elastooptyki w postaci:

$$\sigma_1 - \sigma_2 = N \frac{K_\sigma}{2g}, \quad (3.14)$$

gdzie:  $\sigma_1 - \sigma_2$  – różnica naprężeń głównych,  
 $K_\sigma$  – naprężeniowa stała elastoptyczna materiału,  
 $g$  – grubość modelu.

### 3.4.2. WYZNACZANIE IZOKLIN

Przed przystąpieniem do pomiarów polaryskop należy starannie wypoziomować.

Kierunki główne naprężeń wyznaczone są przez izokliny. Aby uzyskać obraz izoklin należy pierścień analizatora i filtry polaryzacyjne ustawić w pozycji zerowej, natomiast ćwierćfalówki obrócić przeciwnie do ruchu wskazówek zegara (do oporu). Mamy wówczas liniową polaryzację światła.

Ciemne linie, które przemieszczają się podczas obrotu polaroidami – to izokliny. Natomiast ciemne linie, które nie zmieniają swego położenia – to izochromy zerowe.

W celu wyznaczenia kierunków głównych naprężeń w danym punkcie należy obracać filtrami tak długo, aż izoklina będzie przechodzić przez ten punkt. Kierunki naprężeń głównych są w tym punkcie równoległe i prostopadłe do płaszczyzny polaryzacji, której ustawienie można odczytać na skali katowej oprawy analizatora. Rozróżnienie kierunków naprężeń głównych  $\sigma_1$  i  $\sigma_2$  umożliwia kompensacyjna metoda Tardy'ego.

### 3.5. WYZNACZANIE NAPRĘŻEŃ W MODELU PŁASKIM METODĄ RÓŻNIC NAPRĘŻEŃ STYCZNYCH

Metoda różnic naprężeń stycznych opiera się na całkowaniu równań równowagi dla płaskiego stanu naprężenia w postaci:

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0. \quad (3.16)$$

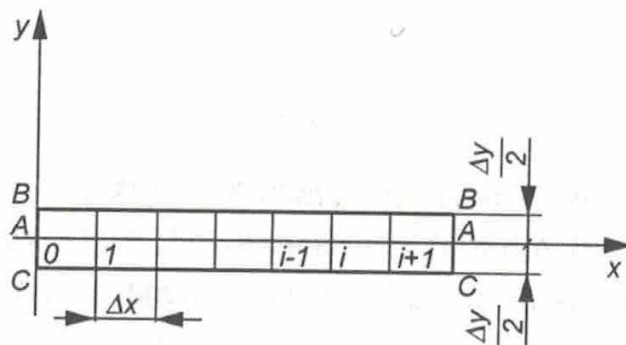
W wyniku całkowania otrzymuje się następujące zależności:

$$\sigma_x = \sigma_{x_0} - \int_0^x \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} dx, \quad (3.17)$$

$$\sigma_y = \sigma_{y_0} - \int_0^y \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} dy, \quad (3.18)$$

gdzie  $\sigma_{x_0}$  i  $\sigma_{y_0}$  oznaczają składowe stanu naprężenia w początkowym punkcie całkowania.

Niżej podano sposób obliczenia naprężeń korzystając z równania (3.17).



Rys. 3.3. Ilustracja graficzna sposobu obliczania naprężeń

Zlokalizowany na osi  $x$  odcinek  $OA$ , wzdłuż którego ma być wyznaczany rozkład naprężeń normalnych  $\sigma_x$ , należy podzielić na pewną liczbę dostatecznie małych części. Długości  $\Delta x$  elementarnych części przyjęto jednakowe (mogą być różne). Równoległe do odcinka  $OA$  po obu stronach wykreśla się dwie proste równoległe, oddalone od  $OA$  o  $\Delta y/2$ . W odpowiednich punktach prostych należy określić rząd izochromy  $N$  oraz parametr izokliny  $\alpha$ .

Zapisując równanie (3.16) w formie różnic skończonych otrzymuje się:

$$\sigma_{xA} = \sigma_{xOA} - \sum_{i=0}^n \Delta \tau_{xyisA} \frac{\Delta x}{\Delta y}, \quad (3.19)$$

gdzie:  $\tau_{xy} = \frac{K_\sigma}{2g} \frac{N}{2} \sin 2\alpha,$  (3.20)

$$\Delta \tau_{xyisA} = \frac{\Delta \tau_{xyiA} + \Delta \tau_{xy(i+1)A}}{2}, \quad (3.21)$$

$$\Delta \tau_{xyiA} = \tau_{xyiB} - \tau_{xyiC}, \quad (3.22)$$

$$\Delta \tau_{xy(i+1)A} = \tau_{xy(i+1)B} - \tau_{xy(i+1)C}. \quad (3.23)$$

$$\tau_{xyA} = \frac{K_\sigma}{2g} \frac{N_A}{2} \sin 2\alpha_A \quad (3.24)$$

$$\sigma_{yA} = \sigma_{xA} \pm \frac{K_\sigma}{2g} N_A \cos 2\alpha_A \quad (3.25)$$

### 3.6. WYZNACZANIE NAPRĘŻEŃ W KONSTRUKCJI METODĄ WARSTWY POWIERZCHNIOWEJ

Rozdzielenie składowych stanu naprężeń w konstrukcji można dokonać metodą różnic naprężeń stycznych wprowadzając do równań (3.20÷3.25)

w miejsce stałej  $K_\sigma$  stałą  $f_\sigma$  (naprężeniową wartość rzędu izochromy) obliczoną na podstawie zależności w postaci:

$$f_\sigma = \frac{E_k}{E} \frac{1 + \nu}{1 + \nu_k} K_\sigma, \quad (3.26)$$


gdzie:  $E_k, E$  – moduły Younga materiału konstrukcji i warstwy,  
 $\nu_k, \nu$  – liczby Poissona materiału konstrukcji i warstwy,  
 $K_\sigma$  – naprężeniowa stała elastooptyczna materiału warstwy.

Warstwa elastooptyczna przenosi część obciążenia, które w normalnych warunkach jest w całości przenoszone przez konstrukcję. Do skorygowania tego wpływu stosowane są współczynniki korekcyjne, które uwzględniają wzmocnienie konstrukcji i fakt nierównomiernego rozkładu naprężeń wzdłuż grubości warstwy elastooptycznej, co występuje np. przy zginaniu prostopadłym do powierzchni warstwy.

### 3.7. UWAGI KOŃCOWE

Rodzaje badanych podczas zajęć elementów konstrukcji oraz zakres pomiarów i obliczeń zostaną omówione przez prowadzącego ćwiczenie.

### LITERATURA

- 
- [1] Kapkowski J., Słowikowska I., Stupnicki J.: Badanie naprężeń metodą elastooptycznej warstwy powierzchniowej. PWN, Warszawa 1987.
  - [2] Praca zbiorowa pod redakcją Orłosa Z.: Doświadczalna analiza odkształceń i naprężeń. PWN, Warszawa 1977.
  - [3] Doroszkiewicz R. S.: Elastooptyka. PWN, Warszawa 1975.