

# 5

## Komputerowo wspomagana analiza procesu

*Adam Leśniewicz*

Cel ćwiczenia:

### 5.1 Synteza łańcucha wymiarowego

- o działania na wymiarach tolerowanych,
- o rozwiązywanie zadań analizy wymiarowej,
- o rozwiązywanie zadań syntezy wymiarowej,
- o zapoznanie ze skutkami stosowania zmienności całkowitej w praktyce produkcyjnej.

Politechnika  
Warszawska

## 5.1 Synteza łańcucha wymiarowego

### Wprowadzenie

Sposób wymiarowania wyrobów powinien, zgodnie z powszechnie ustalonymi założeniami umownymi, określać jednoznacznie ich postać geometryczną (wymiary, położenie oraz kształt), a także winien zapewniać: poprawność współpracy części w zespole z uwzględnieniem wynikających stąd wymagań technologicznych, przede wszystkim możliwości i łatwości wykonania, sprawdzania i montażu dla rozpoznanych warunków wytwarzania a następnie optymalną ekonomicznie ich eksploatację. W PN-ISO 129: 1996 (Rysunek techniczny. Wymiarowanie. Zasady ogólne. Definicje. Metody wykonania i oznaczenia specjalne, norma całkowicie równoważna ISO 129:1985) wymiar zdefiniowano jako wartość liczbową wyrażoną w określonych jednostkach miary (np. w milimetrach) i przedstawioną graficznie na rysunkach technicznych za pomocą linii, symboli i znaków. Wyróżniono przy tym następujące rodzaje wymiarów:

- wymiar funkcjonalny – istotny dla funkcji części lub rozmieszczenia elementów,
- wymiar niefunkcjonalny (w odróżnieniu od poprzedniego nieistotny z uwagi na funkcję części) oraz
- wymiar pomocniczy – podawany tylko w celach informacyjnych. Nie ma on nic wspólnego z operacjami technologicznymi bądź kontrolnymi i wynika z innych wartości podanych na rysunku lub w dokumentach związanych. Wymiar pomocniczy podaje się w nawiasach, nie dotyczy go żadna tolerancja.

Elementem określa się cechę charakterystyczną części, jak na przykład powierzchnię płaską, powierzchnię walcową, dwie powierzchnie równoległe, próg, gwint, szczelina, kształtownik itd. Elementami geometrycznymi wyrobu mogą być punkty, li-

nie (w tym linie proste, osie) i powierzchnie (w tym płaszczyzny, powierzchnie środkowe).

Wszystkie informacje niezbędne do wyraźnej i pełnej identyfikacji części lub elementu składowego powinny zostać umieszczone bezpośrednio na rysunku technicznym tylko jednokrotnie – na tym widoku bądź przekroju, na którym odpowiednie elementy przedstawione są najwyraźniej. Na jednym rysunku powinna być stosowana taka sama jednostka miary (aby uniknąć błędnej interpretacji można podać w uwadze symbol jednostki miary dominującej na rysunku), w przypadkach szczególnych dopuszcza się dodanie przy wartościach liczbowych odpowiednich symboli użytych jednostek. Żaden element części lub wyrobu nie należy określać więcej niż jednym wymiarem w danym kierunku (z wyjątkiem np., gdy dodanie wymiaru pomocniczego byłoby korzystne). Wymiary niefunkcjonalne zaleca się sytuować w sposób najdogodniejszy dla produkcji i kontroli.

### **Wymiarowanie i tolerowanie**

Wymiary, charakteryzujące wzajemne usytuowanie i rozmieszczenie elementów wyrobów, oznacza się umownie na rysunku technicznym za pomocą linii wymiarowych (często przy użyciu dodatkowych linii pomocniczych), obok których najczęściej umieszcza się konkretną wartość liczbową wymiaru (ujętą niekiedy w prostokątną ramkę – co oznacza wówczas wymiar teoretyczny) i jego odchyłki graniczne, ewentualnie znormalizowane oznaczenie położenia i rozmiaru jego pola tolerancji.

Kąty teoretyczne  $0^\circ$  i  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  lub niektóre odległości równe 0 przyjmuje się za oczywiste, bez dodatkowego oznaczania. Wymiar tolerowany nie odzwierciedla konkretnego wymiaru, a określa pewien domknięty przedział wartości liczbowych (długości lub kąta), które mogą wystąpić w praktyce dla wyrobu opisanego taką specyfikacją wymiarową.

Ten sam wymiar tolerowany można przyjąć w zapisie dokumentacji technicznej w zróżnicowanej, lecz formalnie równoważnej postaci (Tabeli 5.1.1):

- z zastosowaniem wartości dwóch dopuszczalnych skrajnych wymiarów granicznych: górnego ULS i dolnego LLS, Tabela 5.1.1a;

- podając wybraną wartość wymiaru nominalnego z dwiema wartościami odchyłek granicznych – górnej (różnicy wymiaru dopuszczalnego górnego i wymiaru nominalnego, odpowiadającej  $E_s/es$ ) i dolnej (różnicy wymiaru dopuszczalnego dolnego i wymiaru nominalnego, odpowiadającej  $E_i/e_i$ ), Tabela 5.1.1b, c, e, f; wartość zerową odchyłki granicznej można pominąć);
- używając specjalnej znormalizowanej symboliki: np. w odniesieniu do tolerancji i pasowań wałków i otworów (PN-EN 20286-1, 2: 1996 Układ tolerancji i pasowań ISO – Arkusz 1: Podstawy tolerancji, odchyłek i pasowań. Arkusz 2: Tablice klas tolerancji normalnych oraz odchyłek granicznych otworów i wałków, norma całkowicie równoważna EN 20286-1, 2:1993), Tabela 5.1.1d, ewentualnie korzystając z zasad tolerowania pozycji (PN-EN ISO 5458: 2000 Specyfikacje geometrii wyrobów (GPS) – Tolerowanie geometryczne – Tolerowanie pozycji, norma całkowicie równoważna EN ISO 5458: 1998), Tabela 5.1.1g.

Tabela 5.1.1. Przykładowe zapisy wymiaru tolerowanego na rysunku technicznym wyrobu

|                          |                        |                                      |           |
|--------------------------|------------------------|--------------------------------------|-----------|
| a). $15,070$<br>$15,000$ | b). $15,035 \pm 0,035$ | c). $14,95^{+0,120}_{+0,050}$        | d). 15H10 |
| e). $15^{+0,070}$        | f). $15,07_{-0,070}$   | g). $\boxed{15,035} + \text{⌀} 0,07$ |           |

Należy zauważyć, iż dla części parametrów tak interpretowanego wymiaru tolerowanego można przyjmować zmienne wartości liczbowe np. dla wymiaru nominalnego i odchyłek granicznych (górnej i dolnej). Pozostałe parametry natomiast, takie jak tolerancja wymiaru, wymiary graniczne – górny i dolny czy wartość środkowa wymiaru (środek pola tolerancji) pozostają stałe.

Gdy tolerowane wielkości (wymiaru) są łączone ze sobą w szereg (tzn. poszczególne wielkości składa się tworząc zespół) ich tolerancje kumulują się. Wyjątek stanowi powiązanie tolerancji pozycji (pola tolerancji pozycji są rozmieszczone symetrycznie względem położenia teoretycznych). Tolerancje pozycji nie sumują się, gdy wymiary teoretyczne tworzą łańcuch wymiarowy. Łańcuch taki zostaje wyodrębniony wówczas, jeśli kolejne wymiary identyfikujące położenie oraz orientację elementów

struktury geometrycznej wyrobu są połączone wspólnymi bazami oraz stanowią jeden zamknięty obwód. Łańcuch wymiarowy w PN 82/M-01143 (Rysunek techniczny maszynowy – Wymiarowanie – Zasady wynikające z potrzeb konstrukcyjnych i technologicznych) zdefiniowano jako zespół wymiarów (ogniw łańcucha), określających wzajemne położenie elementów geometrycznych, tworzących wraz z wymiarem wypadkowym obwód zamknięty. Bazą nazywa się teoretycznie dokładne odniesienie geometryczne (takie jak oś, płaszczyzna, prosta, itd.), z którym związane są elementy tolerowane. Bazy mogą być określane przez jeden lub więcej elementów bazowych części (ISO 5459: 1981 Technical drawings. - Geometrical tolerancing - Datums and datum systems for geometrical tolerances). Baza wymiarowa wg PN 82/M-01143 to element geometryczny wyrobu (płaszczyzna, linia, punkt), względem którego określa się położenie jego innych elementów geometrycznych. Element bazy natomiast to rzeczywisty element części (taki jak krawędź, powierzchnia, otwór, itd.), który jest wykorzystywany do ustalenia położenia bazy (ISO 5459).

W każdym łańcuchu na rysunku technicznym należy pomijać jeden z jego wymiarów przyjęty jako wypadkowy (zasada otwartego łańcucha wymiarowego). Wśród sposobów wymiarowania wyróżnia się:

- wymiarowanie w układzie szeregowym (ustawianie wymiarów jeden za drugim, gdy istotna jest dokładność wzajemnego usytuowania sąsiednich elementów geometrycznych wyrobu;
- wymiarowanie w układzie równoległym (podanie wymiarów od jednej, odpowiednio wybranej bazy wymiarowej – konstrukcyjnej, obróbkowej, pomiarowej);
- wymiarowanie w układzie mieszanym (stanowiące kombinację dwóch wcześniej wymienionych sposobów wymiarowania).

Równanie (funkcja wymiarowa) (1) opisuje analitycznie rozpatrywany łańcuch wymiarowy. Skumulowane wartości liczbowe związane z ogniwem wypadkowym (zależnym) łańcucha występują po jednej stronie równania, zaś po stronie drugiej – wartości dotyczące pozostałych ogniw (niezależnych), wchodzących w skład tego łańcucha.



$$Z = F(X_1, X_2, \dots, X_n) \quad (1)$$

gdzie:  $Z$  – zależny wymiar tolerowany,

$X_i$  – niezależny (indywidualny)  $i$ -ty wymiar tolerowany.

Funkcję wymiarową można interpretować m. in. jako związek pomiędzy ciągłymi losowymi wymiarami (zmiennymi losowymi) o znanych rozkładach w granicach wyspecyfikowanych przedziałów tolerancji. Związek między tolerancjami wymiarów łańcucha przedstawia równanie (funkcja) tolerancji:

$$T_Z = G(T_{X1}, T_{X2}, \dots, T_{Xn}) \quad (2)$$

Postać funkcji tolerancji wynika z funkcji wymiarowej  $F$ . Upraszczając, można przyjąć, że:

$$T_Z = \sum_{i=1}^n |Q_i| \times T_i \quad (3)$$

gdzie:  $Q_i = \frac{\partial F}{\partial X_i}$  – współczynnik wpływu dla  $i$ -tego wymiaru niezależnego.

Współczynnik wpływu określa oddziaływanie zmiany  $i$ -tego wymiaru niezależnego  $X_i$  na zmianę wymiaru zależnego  $Z$ . Wartości współczynników wpływu są wyznaczone w oparciu o nominalne wartości wymiarów niezależnych łańcucha.

### **Proces analizy łańcuchów wymiarowych**

Wytwarzanie wyrobów oparte na zamienności wymiarowej części winno być uwarunkowane pewnymi ograniczeniami, ustalonymi już na etapie projektowania, a następnie nadzorowanymi i kontrolowanymi doświadczalnie w trakcie procesu obróbki oraz montażu. Podstawowym i istotnym działaniem w projektowaniu jest umiejętne zwymiarowanie i stolerowanie współpracujących przedmiotów, mając na uwadze założone poprawne ich wzajemne funkcjonowanie, łatwość produkcji i jej optymalny koszt oraz wymaganą jakość.

Jednym z aspektów badania technologiczności konstrukcji (w zakresie geometrii) jest ustalenie warunków wymiarowych prawidłowego działania przedmiotu/zespołu oraz kolejno wybór sposobu wymiarowania, rozkład tolerancji i odchyłek wymia-

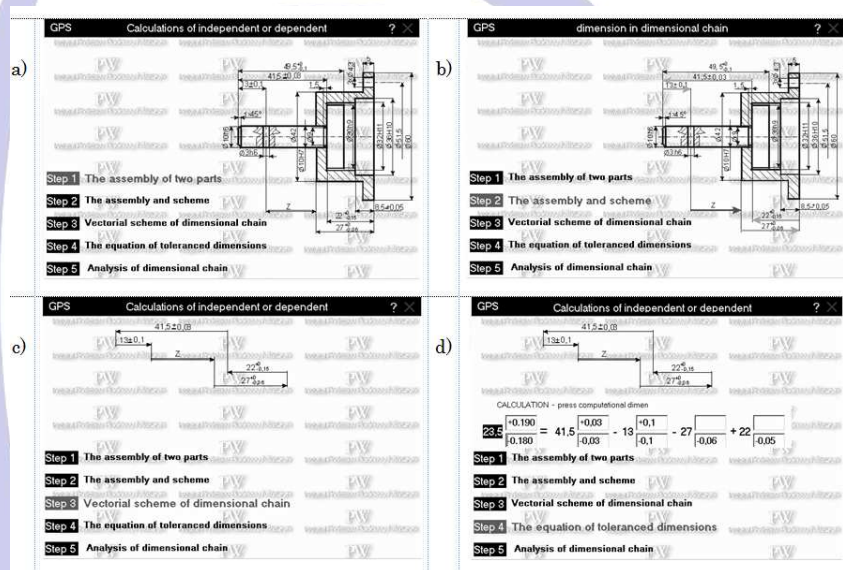
rów wprowadzonych na rysunek rozważanego projektu. Realizacja tych ostatnich zadań – czyli ustalenie tolerancji niezależnych wymiarów i wyznaczeniu (przydzieleniu) odchyłek dla tych wymiarów – nosi nazwę syntezy wymiarowej (bądź syntezy łańcuchów wymiarowych). W nowoczesnej syntezie rozpoczyna się czynności od oceny aktualnego stanu zdolności procesów, który utrzymywany jest w produkcji określonych części składowych zespołu. Uznaje się dalej realizację tych procesów za ustabilizowaną i prowadzi pod nadzorem uzgodnionych procedur kontroli statystycznej.

Innym, dopełniającym procesem związanym z synteza, jest analiza wymiarowa (analiza łańcuchów wymiarowych). Oba procesy niejednokrotnie wzajemnie przenikają się w kolejnych fazach procesu konstrukcji. Głównym celem analizy wymiarowej jest wyznaczenie wartości granicznych i zmienności wymiaru zależnego w funkcji zadanych wartości granicznych wymiarów niezależnych w przedmiocie/zespole. Alternatywne zadanie analizy to obliczanie odchyłek jednego z wymiarów niezależnych, przy założonych odchyłkach wszystkich pozostałych ogniw, które tworzą łańcuch wymiarowy (odchyłki graniczne wymiaru zależnego są wcześniej zadane). Zadanie analizy łańcucha może składać się z następujących etapów:

- weryfikacja poprawności wymiarowania;
- identyfikacja łańcucha wymiarowego:
  - wybór ogniwa zależnego łańcucha wymiarowego;
  - generowanie funkcji wymiarowej (równania);
- rozwiązanie utworzonego równania łańcucha wymiarowego.

Weryfikacja poprawności wymiarowania oznacza sprawdzenie czy w układach łańcuchów wymiarowych występuje choćby jeden wymiar zbędny – nadmierny (wymiar nadmierny to taki, który zamyka łańcuch wymiarowy), a także czy można znaleźć wymiary, nie mające wspólnych baz z innymi wymiarami na rysunku. Jeśli taki(e) wymiar(y) zostanie(na) wykryty(e) w trakcie stadium weryfikacji, wskazuje to na przypadek błędnego wymiarowania (np. przewymiarowania – przypadek wymiaru nadmiernego, lub niedowymiarowania – brak niezbędnych wymiarów na rysunku), który powoduje niejednoznaczność bądź nieokreśloność. Z uwagi na przyjęte rozwiązania norma-

tywne rysunki techniczne wymuszają dodatkową interpretację inżynierską. Wynika to m.in. z praktyki pomijania wymiarów oczywistych, potrzeby śledzenia połączeń między wymiarami (identyfikacji i rozpoznania ich wspólnych baz) jak również zalecenia tworzenia jak najkrótszych łańcuchów a więc selekcji tych wymiarów, które tworzą zamknięty obwód dla zadanego wymiaru wypadkowego.



Rysunek 5.1. 1. Przykład kolejnych kroków (ekranów oprogramowania) przy rozwiązywaniu łańcucha wymiarowego:

- rysunek dwuelementowego zespołu (i zaznaczonym wymiarem zależnym),
- zespół z wyróżnionymi ogniwami łańcucha wymiarowego,
- schemat wektorowy łańcucha wymiarowego,
- równanie łańcucha wymiarowego (z jego schematem wektorowym i możliwością śledzenia zmian (obliczanych analitycznie) przy wprowadzeniu zmian wartości poszczególnych odchyłek wymiarowych).

Wraz z coraz szybszym rozwojem technik komputerowych potęgują się warunki i możliwości ich wykorzystania w podejmowanych zadaniach obliczeniowych czy problemach decyzyjnych, budowane i udostępniane są, wciąż doskonalone systemy CAX. Wspomaganie komputerowe znajduje też zastosowanie przy procesach specyfikacji geometrii wyrobów [2, 3], kiedy komputer staje się narzędziem ułatwiającym np. realizację procedur



matematycznych, działań symulacyjnych, rysunków technicznych części, ich wizualizację przestrzenną, gromadzenie baz danych itp.

### **Wykonanie ćwiczenia**

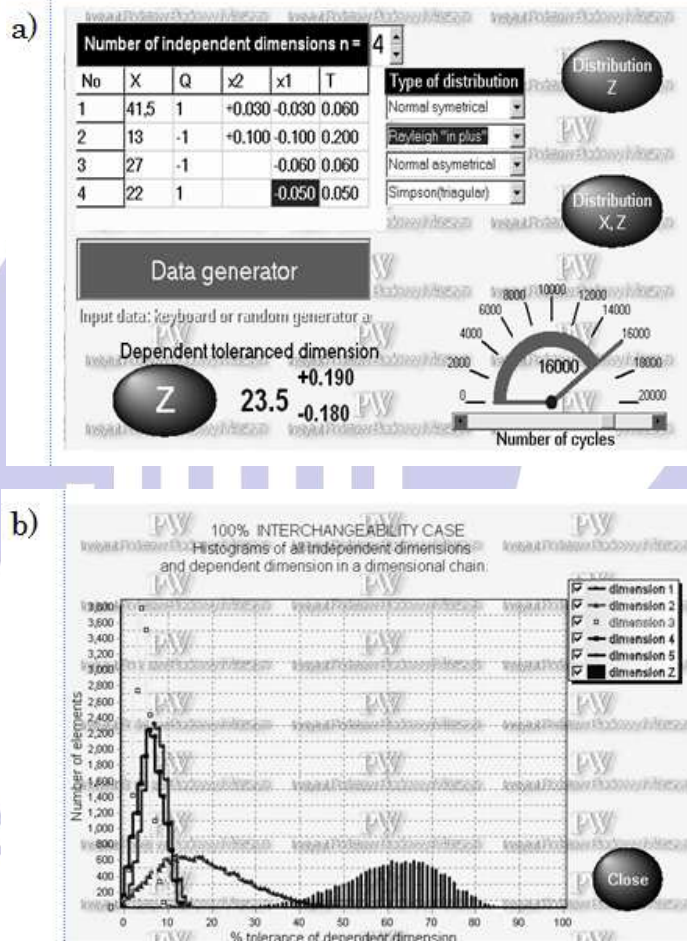
W ćwiczeniu wykorzystywany jest pakiet oprogramowania do krokowego prowadzenia operacji analizy i syntezy łańcucha wymiarowego opracowany w zakładzie ZTW IPBM.

Zastosowana metoda symulacji wirtualnego składania wymiarów (łączenia ogniów łańcucha wymiarowego, wirtualnego montażu części) wymaga:

- uzupełnienia danych o charakter rozkładów wymiarów składowych łańcucha wymiarowego w polu tolerancji (spośród kilku typowych jak: normalny, Rayleigh'a, Simpsona, itp.);
- określenia liczby cykli symulacyjnych;
- uzasadnionego – m.in. ekonomicznie – wyboru ogniów o rozszerzonej tolerancji oraz ukierunkowanie zmian poszczególnych odchylek.

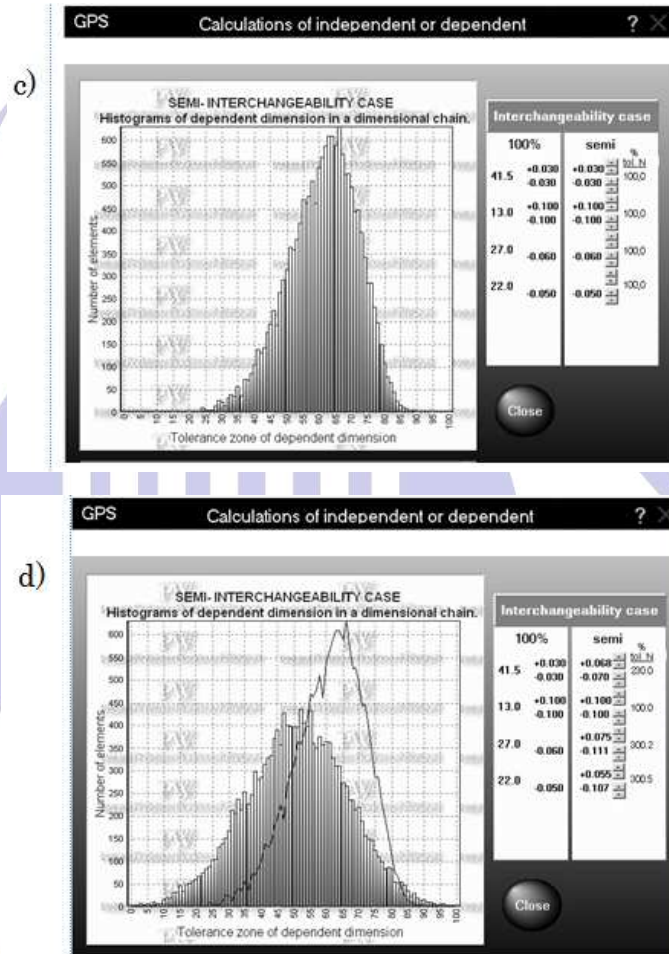
Histogramy oraz związane z nimi parametry, np. odchylenie standardowe czy procent otrzymanych wybrakowanych wyrobów, uzyskane w wyniku powtarzania procesu symulacji (przez kolejne powiększanie wybranych tolerancji składowych łańcucha) pozwalają wnioskować odnośnie wpływu i postępu wprowadzania poprawek (zmian wartości odchylek) w celu otrzymania zaplanowanego rezultatu (określonego rodzaju zamienności, obniżenia kosztów itp.). Może nim być także uzyskanie zamienności quasi-częściowej. Polega ona na utrzymaniu (wypełnieniu) rozkładu prawdopodobieństwa (histogramu) wymiaru zależnego w założonych wcześniej granicach przy poszerzonych odpowiednio tolerancjach wymiarów niezależnych łańcucha, co oznacza spełnienie warunku zamienności całkowitej dla przyjętych wartości granicznych wymiarów niezależnych jak w zamienności częściowej. Możliwość symulacyjnego łączenia wymiarów w łańcuchy już we wstępnym etapie projektowania pozwala zoptymalizować tolerancje rozpatrywanych wymiarów i obniżyć przy tym przewidywane koszty produkcji.

Przykład symulacji tolerancji łańcucha wymiarowego zilustrowano dla zespołu: wielostopniowa tuleja + trzpień z kołnierzem – z oznaczonym (literą Z, rysunek 5.1.2a) wymiarem zależnym.



Rysunek 5.1.2. Etapy (ekrany oprogramowania) dochodzenia do optymalnego rozwiązania w programie symulacyjnej analizy łańcucha wymiarowego:

- okno wprowadzania danych programu analizy łańcucha wymiarowego,
- zestawienie histogramów wymiarów niezależnych i wymiaru zależnego przy zmienności całkowitej,



Rysunek 5.1.2. Etapy (ekrany oprogramowania) dochodzenia do optymalnego rozwiązania w programie symulacyjnej analizy łańcucha wymiarowego:

- c) histogram wymiaru zaleznego przy zmiennosci całkowitej,
- d) histogram wymiaru zaleznego przy zmiennosci quasi-częściowej (na tle histogramu przy zmiennosci całkowitej).

Wymiar ten, powstały w trakcie montażu zespołu, zależy funkcjonalnie od dokładności wykonania wszystkich 4 wymiarów niezależnych uwzględnionych w równaniu (rysunek 5.1.2d). Przedstawione rozwiązanie równania oparte jest na deterministycznym modelu obliczeń, uwzględniającym przypadki graniczne zgodnie z zasadami zmiennosci całkowitej.

**UWAGA!**

Warunkami dopuszczającymi do odrabiania ćwiczenia jest:

- a) znajomość działań na wymiarach tolerowanych i rozwiązywania równań łańcucha wymiarowego;
- b) rozwiązanie zadanego przykładu syntezy łańcucha wymiarowego dla zmienności całkowitej tj:
  - zapis równanie łańcucha wymiarowego,
  - obliczenia tolerancji wymiarów niezależnych wg metody jednokowej klasy dokładności,
  - dobranie odchyłek wymiarów niezależnych przy zadanych odchyłkach wymiaru zależnego.

**Literatura**

1. Białas S.: Metrologia techniczna z podstawami tolerowania wielkości geometrycznych dla mechaników. Ofic. Wyd. PW, 2006.
2. Kiszka K., Leśniewicz A.: Komputerowo wspomaganą syntezę łańcuchów wymiarowych. XIII Konferencja „Metody i środki projektowania wspomaganego komputerowo”, Warszawa, 2001, s. 163÷171
3. Humienny Z. (red.): Specyfikacje geometrii wyrobów (GPS) – podręcznik europejski. WNT, Warszawa, 2004.

Politechnika  
Warszawska