

Laboratorium Napędów Hydraulicznych i Pneumatycznych

Badanie zjawisk towarzyszących wypływowi gazu ze zbiornika

Wiesław GRZESIKIEWICZ

Michał MAKOWSKI

1. Wprowadzenie

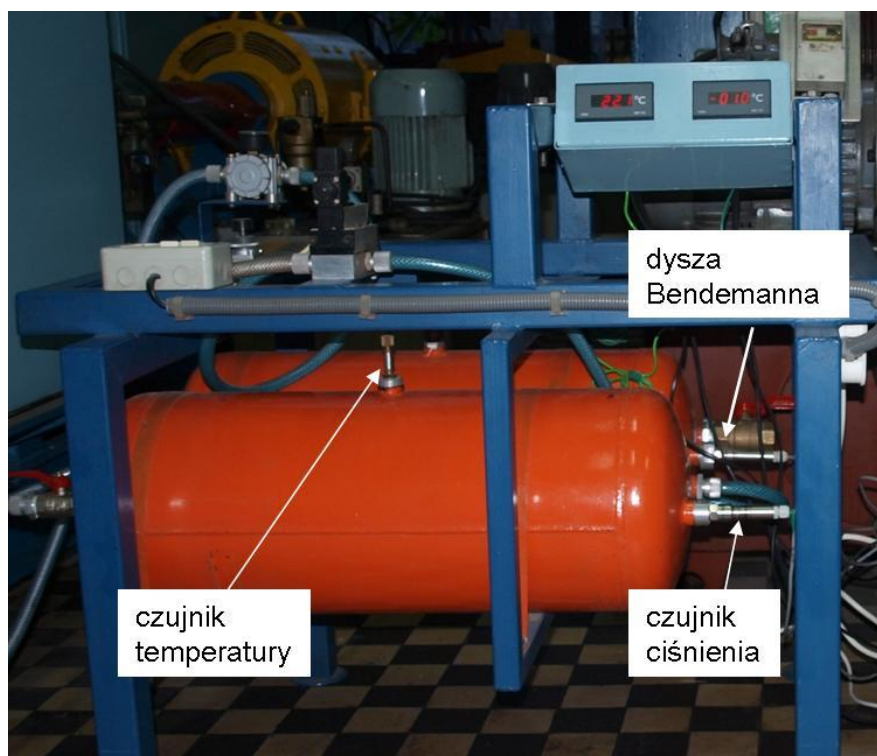
Celem ćwiczenia jest badanie zjawisk towarzyszących wypływowi gazu ze zbiornika przez dyszę Bendemanna. W trakcie wypływu gazu ze zbiornika będą prowadzone pomiary ciśnienia i temperatury gazu pozostającego w zbiorniku.

Ćwiczenie składa się z dwu części badań eksperymentalnych na stanowisku laboratoryjnym oraz z badań symulacyjnych prowadzonych w laboratorium komputerowym. Badania doświadczalne zostaną przeprowadzone na stanowisku laboratoryjnym służącym do badań wypływu gazu ze zbiornika przez dyszę Bendemanna. Stanowisko to zostało wyposażone w czujniki ciśnienia i temperatury oraz komputer klasy PC służący do zapisywania danych pomiarowych. Po przeprowadzeniu badań eksperymentalnych zostaną przeprowadzone badania numeryczne. W programie symulacyjnym został opisany model zjawisk towarzyszących wypływowi gazu ze zbiornika.

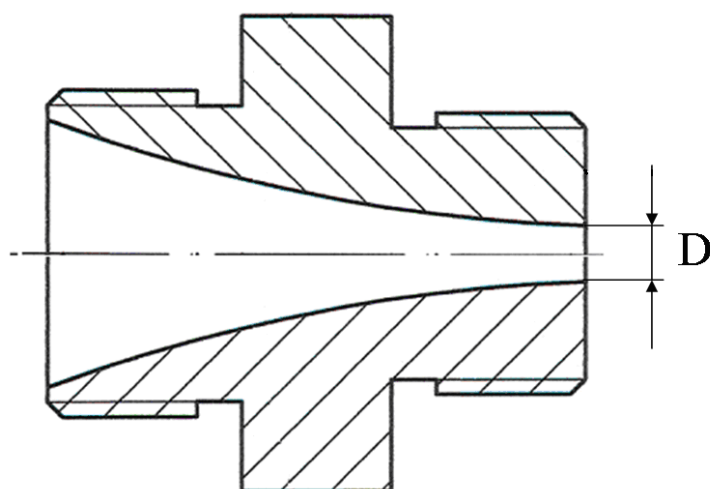
2. Przebieg badań eksperymentalnych

Badania eksperymentalne zostaną przeprowadzone na stanowisku laboratoryjnym służącym do badań wypływu gazu ze zbiornika przez dyszę Bendemanna, który został przedstawiony na rysunku 1. Stanowisko składa się ze zbiornika gazu o objętości $V_0 = 0.04 \text{ m}^3$ oraz zaworów sterujących, które służą do napełniania i opróżniania zbiornika. Zawór wylotowy jest połączony z dyszą Bendemanna. Na rysunku 2 pokazano schematycznie dyszę Bendemanna. Stanowisko badawcze jest wyposażone w zestaw dysz o średnicy $D_1 = 4 \text{ mm}$, $D_2 = 8 \text{ mm}$, $D_3 = 12 \text{ mm}$. W trakcie ćwiczenia zostaną przeprowadzone badania

przy użyciu dyszy Bendemanna o średnicy 8 mm. Ciśnienie gazu wewnątrz zbiornika mierzone jest przy pomocy czujnika ciśnienia o zakresie $0 \div 2$ MPa. Temperatura gazu znajdującego się w zbiorniku mierzona jest za pomocą termopary o zakresie $223 \text{ K} \div 473 \text{ K}$. Zmiany ciśnienia i temperatury w trakcie badań rejestrowane są w pamięci komputera klasy PC wyposażonego w kartę pomiarową PCL.



Rys. 1. Stanowisko badań wypływu gazu przez dyszę Bendemanna



Rys. 2. Dysza Bendemanna

W trakcie prowadzenia badań zbiornik będzie napełniany powietrzem do wartości max. 0.6 MPa. Po napełnieniu należy odczekać, aż ustali się stała temperatura gazu znajdującego się w zbiorniku, ponieważ podczas napełniania temperatura gazu w zbiorniku wzrośnie.

Zakresy ciśnień początkowych, dla których należy wykonać ćwiczenie, zostaną podane przez prowadzącego. Zakresy ciśnień początkowych powinny być tak dobrane, aby uzyskać nad- i podkrytyczny wypływ gazu ze zbiornika przez dyszę Bendemanna.

Uzyskane wyniki badań eksperymentalnych posłużą do identyfikacji parametrów modelu opisującego zjawiska towarzyszące wypływowi gazu ze zbiornika przez dyszę Bendemanna.

3. Wypływ gazu ze zbiornika przez dyszę

3.1. Przepływ gazu przez dyszę

Do opisu zjawisk zachodzących z zbiornika posłużymy się gazem doskonałym wypływającym ze zbiornika przez dyszę Bendemanna. W danej chwili w zbiorniku znajduje się gaz o ciśnieniu p , gęstości ρ i temperaturze T . Zakładamy, że gaz wypływa ze zbiornika przez dyszę do atmosfery. Zmiana parametrów gazu wewnątrz zbiornika (ciśnienie i temperatura) zależna jest od masy gazu, który wypływa ze zbiornika.

Wypływ gazu ze zbiornika przez dyszę, przy założeniu przemiany adiabatycznej, możemy przedstawić w postaci:

$$w = \begin{cases} \sqrt{\frac{2 \cdot k}{k-1} \cdot \frac{p}{\rho} \cdot \left(1 - \left(\frac{p_a}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right)} & \text{gdy } s_{kr} < \frac{p_a}{p} < 1 \\ \sqrt{\frac{2 \cdot k}{k+1} \cdot \frac{p}{\rho}} & \text{gdy } 0 < \frac{p_a}{p} < s_{kr} \end{cases} \quad (1)$$

gdzie: k – wykładnik adiabaty; p – ciśnienie gazu znajdującego się w zbiorniku, p_a – ciśnienie atmosferyczne, ρ – gęstość gazu znajdującego się w zbiorniku;

Wartość współczynnika określającego rodzaj przepływu (nad- lub podkrytyczny) jest wyznaczana na podstawie zależności:

$$s_{kr} = \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (2)$$

Po uwzględnieniu zależności (1) równanie zachowania masy w zbiorniku przyjmuje następującą postać:

$$G = \begin{cases} \sqrt{A^2 \cdot \frac{2 \cdot k}{k-1} \cdot p \cdot \rho \cdot \left(\left(\frac{p_a}{p} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)} & \text{gdy } s_{kr} < \frac{p_a}{p} < 1 \\ \sqrt{A^2 \cdot k \cdot p \cdot \rho \cdot \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} & \text{gdy } 0 < \frac{p_a}{p} < s_{kr} \end{cases} \quad (3)$$

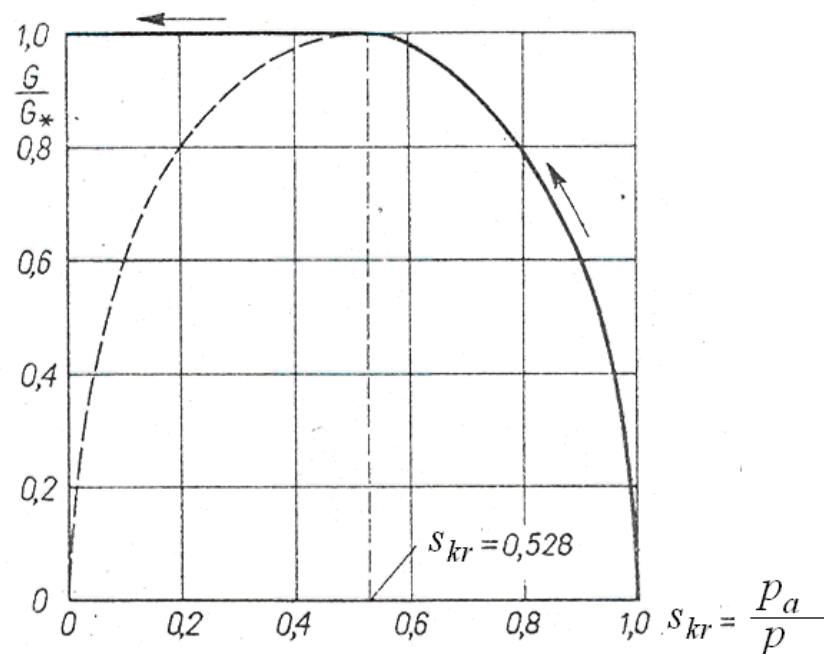
Zależność wydatku masowego i zmian ciśnienia podczas wylotu gazu jest przedstawiona na rysunku 3. Na rysunku tym przedstawiono wykres zmian wydatku masowego w zależności od zmian ciśnienia zewnętrznego (p_a) do ciśnienia w zbiorniku.

Na podstawie równania zachowania masy gazu możemy wyznaczyć wydatek masy przy wypływie gazu ze zbiornika, gdy ciśnienie w zbiorniku jest wyższe od ciśnienia krytycznego:

$$G_* = \sqrt{A^2 \cdot k \cdot p \cdot \rho \cdot \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} \quad (4)$$

Wartość ciśnienia krytycznego jest obliczana na podstawie zależności:

$$p_{kr} = \frac{p_a}{\left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}}} \quad (5)$$



Rys. 3. Wykres zmian wydatku masowego w zależności od ciśnienia za dyszą i ciśnienia gazu w zbiorniku

Jeśli rozważymy wypływ gazu ze zbiornika jako ubytek masy gazu znajdującego się w zbiorniku to zależność (3) możemy przedstawić w następującej formie:

$$\frac{dm}{dt} = -G \quad (6)$$

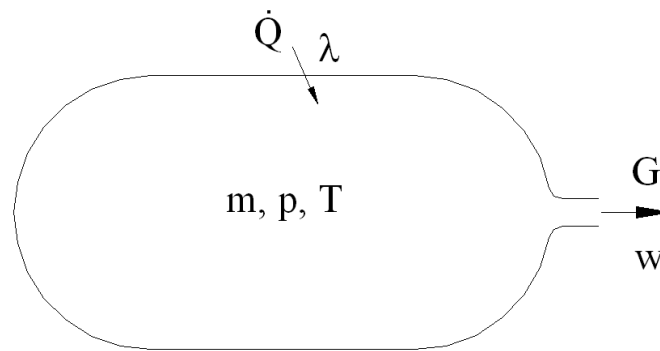
3.2. Zmiana energii w zbiorniku

Jeżeli założymy, że nie zachodzi wymiana ciepła i pracy pomiędzy gazem znajdującym się w zbiorniku a otoczeniem. Wówczas energię wewnętrzną gazu znajdującego się w zbiorniku przedstawiamy w postaci:

$$U = m \cdot c_v \cdot T \quad (7)$$

gdzie: c_v – ciepło właściwe gazu przy stałej objętości, T – temperatura gazu w zbiorniku;

Na rysunku 4 przedstawiono model zbiornika wypełnionego gazem.



Rys. 4. Model zbiornika wypełnionego gazem

Entalpię właściwą gazu znajdującego się w zbiorniku można przedstawić w postaci:

$$e = c_p \cdot T \quad (8)$$

gdzie: c_p – ciepło właściwe gazu przy stałym ciśnieniu;

Zjawiska zachodzące wewnątrz zbiornika opisujemy równaniem Clapeyrona zwane równaniem stanu gazu doskonałego:

$$p \cdot V_0 = R \cdot T \cdot m \quad (9)$$

gdzie: p – ciśnienie gazu znajdującego się w zbiorniku, V_0 – objętość zbiornika, R – stała gazowa, T – temperatura gazu w zbiorniku, m – masa gazu w zbiorniku;

Po podstawieniu równania stanu gazu doskonałego do równania (8) wówczas entalpia właściwa gazu przyjmuje postać:

$$e = c_p \cdot \frac{p \cdot V_0}{R \cdot m} \quad (10)$$

Natomiast po podstawieniu równania stanu gazu doskonałego do równania (7) energię wewnętrzną gazu znajdującego się w zbiorniku opisujemy zależnością:

$$U = c_v \cdot \frac{p \cdot V_0}{R} \quad (11)$$

Przyrost energii wewnętrznej gazu znajdującego się w zbiorniku o stałej objętości opisujemy:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{c_v \cdot V_0}{R} \cdot \frac{dp}{dt} \quad (12)$$

W przypadku, gdy nie zachodzi wymiana ciepła z otoczeniem (przemiana adiabatyczna) wykładnik adiabaty opisujemy zależnością:

$$k = \frac{c_p}{c_v} \quad (13)$$

Bilans energii gazu znajdującego się w zbiorniku z uwzględnieniem wymiany ciepła z otoczeniem przedstawiamy w postaci:

$$\frac{dU}{dt} = \frac{dQ}{dt} + \frac{e}{k} \cdot \frac{dm}{dt} \quad (14)$$

gdzie: Q – ciepło dopływające do zbiornika;

Zakładamy uproszczony model wymiany ciepła gazu znajdującego się w zbiorniku z otoczeniem postaci:

$$\frac{dQ}{dt} = \lambda \cdot (T_a - T) \quad (15)$$

gdzie: λ – współczynnik wymiany ciepła, T_a – temperatura otoczenia, T – temperatura gazu w zbiorniku;

Po przekształceniach otrzymujemy zależność na zmianę ciśnienia gazu znajdującego się w zbiorniku przy uwzględnieniu wymiany ciepła z otoczeniem:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\lambda}{c_v} \cdot \left(\frac{T_a \cdot R}{V_0} - \frac{p}{m} \right) + \frac{p}{m} \cdot (-G) \quad (16)$$

Na podstawie wyznaczonych parametrów zmian ciśnienia i masy w zbiorniku możemy wyznaczyć przebieg zmian temperatur na podstawie zależności:

$$T = \frac{p \cdot V_0}{m \cdot R} \quad (17)$$

Przedstawione zależności posłużyły do opisu zjawisk towarzyszących wypływowi gazu ze zbiornika przez dyszę Bendemanna.

4. Badania symulacyjne

Po przeprowadzeniu badań eksperymentalnych zostaną przeprowadzone badania symulacyjne. Badania te zostaną wykonane przy pomocy programu symulacyjnego „Baniak”, który jest dostępny w pracowni komputerowej Instytutu Pojazdów Politechniki Warszawskiej. Program symulacyjny powstał w oparciu o matematyczny model zjawisk zachodzących podczas wypływu gazu ze zbiornika przez dyszę Bendemanna. Matematyczny model zjawisk towarzyszących wypływowi gazu ze zbiornika został przedstawiony w postaci równań różniczkowych pierwszego rzędu:

$$\frac{dm}{dt} = -G \quad (18)$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\lambda}{c_v} \cdot \left(\frac{T_a \cdot R}{V_0} - \frac{p}{m} \right) + \frac{p}{m} \cdot (-G) \quad (19)$$

gdzie

$$G = \begin{cases} \sqrt{A^2 \cdot \frac{2 \cdot k}{k-1} \cdot p \cdot \rho \cdot \left(\left(\frac{p_a}{p} \right)^{\frac{2}{k}} - \left(\frac{p_a}{p} \right)^{\frac{k+1}{k}} \right)} & \text{gdymath s_{kr} < \frac{p_a}{p} < 1 \\ \sqrt{A^2 \cdot k \cdot p \cdot \rho \cdot \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}}} & \text{gdymath 0 < \frac{p_a}{p} < s_{kr} \end{cases} \quad (20)$$

$$s_{kr} = \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (21)$$

W trakcie badań symulacyjnych należy uwzględnić warunki początkowe:

$$p(0) = p_0 \quad (25)$$

$$T(0) = T_0 \quad (26)$$

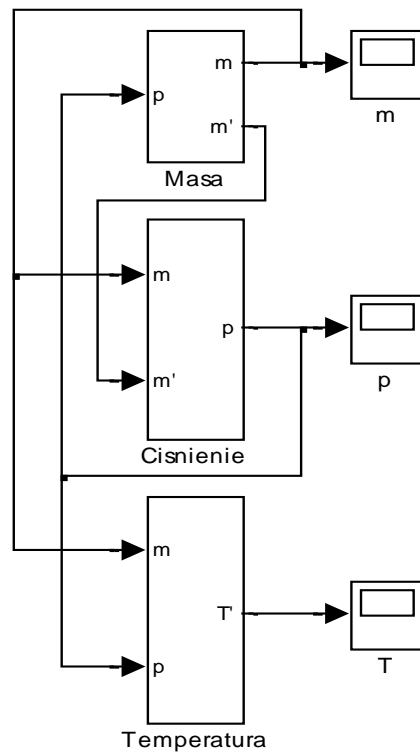
$$m(0) = m_0 \quad (27)$$

$$p_0 \cdot V_0 = R \cdot T_0 \cdot m_0 \quad (28)$$

Program symulacyjny został opracowany w środowisku Matlab/Simulink. Rysunek 5 przedstawia program symulacyjny w postaci schematu blokowego.

W celu uruchomienia obliczeń należy otworzyć program Matlab i uruchomić program „Baniak” w Simulinku. W oknie dialogowym Matlab należy wprowadzić parametry początkowe, które należy ustalić na podstawie wartości początkowych z badań eksperymentalnych. W trakcie badań symulacyjnych należy wyznaczyć współczynnik λ tak,

aby wyniki badań symulacyjnych były zbliżone do wyników uzyskanych na podstawie badań eksperymentalnych.



Rys. 5. Schemat blokowy programu symulacyjnego do badania wypływu gazu ze zbiornika

5. Opracowanie wyników

W sprawozdaniu należy umieścić:

- opis przeprowadzonych badań eksperymentalnych i symulacyjnych,
- schemat stanowiska pomiarowego,
- wyznaczone parametry modelu, dla których przeprowadzono badania symulacyjne,
- wykresy zmian ciśnienia, masy gazu w zbiorniku oraz temperatury w funkcji czasu,
- wnioski z przeprowadzonych badań;

6. Literatura

- [1] Wiśniewski S. Termodynamika techniczna. WNT, Warszawa, 1999.
- [2] Bukowski J. Mechanika płynów. PWN, Warszawa, 1975.
- [3] Grzesikiewicz W. Hamulce pojazdów szynowych. PWP, 1982.
- [4] User's Guide Simulink, www.mathworks.com.