

## 5. PRZEMIANY GAZU DOSKONAŁEGO

Przemianą gazu zawartego w układzie nazywa się ciągłą zmianę jego stanu termodynamicznego (określanego przez parametry stanu gazu, którymi są: ciśnienie, temperatura, objętość właściwa). Do bliższego określenia przemiany nie wystarczy znajomość stanu początkowego i końcowego. Należy również podać, w jaki sposób ta przemiana dokonuje się. Sposób zmiany stanu termodynamicznego odwzorowany w odpowiednim układzie parametrów stanu wyznacza krzywą, którą nazywa się drogą przemiany.

Przemiany mogą odbywać się w **układach zamkniętych i w układach otwartych**. Za układ zamknięty uznaje się układ o stałej ilości substancji (czynnika termodynamicznego) w nim zawartej, przy czym substancja do niego nie dopływa ani z niego nie odpływa. Układ przez który przepływa substancja jest otwarty. Przykładem przemiany w układzie zamkniętym może być ogrzewanie gazu w zamkniętym zbiorniku lub rozprężanie gazu w cylindrze maszyny tłokowej z zamkniętymi zaworami. Przemianę w układzie otwartym stanowi przepływ gazu w rurociągu.

Przemiany mogą być **odwracalne i nieodwracalne**. W *przemianie odwracalnej* po dokonaniu przemiany jest możliwy powrót do stanu wyjściowego układu i otoczenia. Jeśli powrót układu do stanu wyjściowego jest związany ze skończonymi zmianami w stanie otoczenia to układ podlega *przemianie nieodwracalnej*.

**Rozważane będą przemiany gazów doskonałych odbywające się w układach zamkniętych, odwracalne, charakteryzujące się stałym ciepłem właściwym (przemiany politropowe).**

Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki stan termodynamiczny czynnika w układzie zamkniętym można zmienić przez wymianę z otoczeniem energii w postaci pracy lub ciepła.

Pomiędzy dwoma stanami czynnika termodynamicznego można zrealizować nieskończenie wiele przemian termodynamicznych. Zmiana sposobu przejścia pomiędzy obydwojema stanami powoduje zmianę ilości wykonanej pracy oraz zmianę ilości pochłoniętego ciepła. Jeżeli rozpatrywana przemiana przebiega w układzie zamkniętym, to różnica wykonanej pracy  $L$  i ciepła  $Q$  pochłoniętego przez czynnik jest niezależna od drogi przemiany, gdyż zgodnie z równaniem pierwszej zasady termodynamiki, wyraża ona spadek energii wewnętrznej  $\Delta U$ .

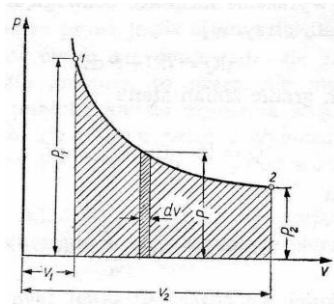
$$\Delta U = Q - L$$

Praca wymieniana z otoczeniem jest przedstawiana w układzie współrzędnych  $p - v$  zwanym wykresem pracy a ciepło wymieniane z otoczeniem jest przedstawiane w układzie współrzędnych  $T - s$  zwanym wykresem ciepła (gdzie  $s$  jest oznaczeniem entropii).

## 5.1. Wykres pracy

### Praca bezwzględna (absolutna)

Czynnik przechodząc z jednego stanu do drugiego ulega tzw. przemianie termodynamicznej, podczas której może zmienić się jego ciśnienie, temperatura i objętość. Jeżeli w układzie współrzędnych prostokątnych  $p, v$  odcinać się będzie kolejno zmiany objętości czynnika i odpowiadające jej ciśnienia, a otrzymane punkty połączy się, otrzyma się krzywą, która przedstawia przebieg zmian stanu podczas danej przemiany, czyli tzw. krzywą przemiany (rys. 5.1).



Rys. 5.1. Krzywa przemiany na wykresie pracy

Element pola zawartego pomiędzy krzywą przemiany a osią odciętych przy nieskończenie małej zmianie  $p$  i  $v$  przedstawia na wykresie pracę przy tym wykonaną, bo  $dl = p \cdot dv$ , a całkując to równanie w granicach stanów gazu od 1 do 2 otrzymuje się

$$l = \int_1^2 dl = \int_1^2 p \cdot dv$$

A więc pole zamknięte krzywą przemian, dwiema skrajnymi rzędnymi i osią odciętych przedstawia w układzie  $p, v$  **pracę bezwzględną** a układ o współrzędnych  $p, v$  w termodynamice nazywa się układem pracy; otrzymany obraz zmian stanu przedstawia tzw. wykres pracy.

Jeżeli zmiana stanu czynnika przebiega od punktu 1 do punktu 2, a więc przy wzroście objętości, czyli przy rozprężaniu się czynnika, to wykonana przy tym praca może być oddana na zewnątrz i oznacza się ją jako  **dodatnią**. Jeżeli natomiast podczas przemiany następuje zmniejszenie objętości, czyli sprężanie gazu, to taką pracę, którą należy doprowadzić z zewnątrz do czynnika nazywa się **ujemną**.

Również ciepłu doprowadzonemu do przemiany z zewnątrz nadaje się znak  **dodatni**, a jeśli ciepło jest odprowadzane, nadaje się mu znak **ujemny**.

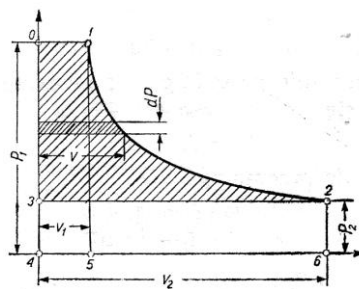
Pomiędzy punktami 1 i 2 można wykreślić nieskończenie wiele krzywych i w każdym z tych przypadków wielkość pracy  $l$  będzie inna, mimo, że stan początkowy i końcowy czynnika pozostanie taki sam, a więc i energia wewnętrzna w obu stanach nie ulega zmianie. W ten

wykreślony sposób można zatem również stwierdzić, że wielkość pracy zależy nie tylko od stanu czynnika na początku i końcu przemiany, ale i od przebiegu krzywej przemian.

### Praca techniczna

Jeżeli czynnik dzięki doprowadzeniu ciepła przeszedł przy stałym ciśnieniu ze stanu 0 do stanu 1, to wykonana przy tym praca bezwzględna może być przedstawiona wykreślnie (rys. 5.2) jako prostokąt  $p_1 \cdot v_1 = \text{pole } 0154$ . Przy dalszym rozprężaniu się czynnika od stanu 1 do 2 praca bezwzględna da się przedstawić jako

$$l = \int_1^2 p \cdot dv = \text{pole } 12651$$



Rys. 5.2. Wykres pracy technicznej

Wreszcie, gdy gaz kurczy się przy stałym ciśnieniu, przechodząc od stanu 2 do 3, potrzebna do tego praca bezwzględna wyrazi się wykreślnie prostokątem  $p_2 \cdot v_2 = \text{pole } 3264$ .

Jako ostateczny wynik tych przemian wykonana zostanie praca przedstawiona zakreskowanym polem 0123, co jednocześnie można otrzymać całkując elementarne prace w granicach od 1 do 2 według zmiennej  $p$

$$l_t = - \int_1^2 v dp = \int_2^1 v \cdot dp$$

Tak wyrażona praca nazywa się **pracą techniczną** w odróżnieniu pracy bezwzględnej a przedstawiona może być rzutem krzywej przemian na oś rzędnych, przy czym jej wielkość jest proporcjonalna do pola zawartego pomiędzy krzywą przemian, dwiema skrajnymi odciętymi i osią rzędnych.

Różniczkując  $p \cdot v$  otrzymuje się

$$d(p \cdot v) = p \cdot dv + v \cdot dp$$

skąd

$$p \cdot dv = d(p \cdot v) - v \cdot dp$$

a podstawiając to wyrażenie do równania

$$dq = du + p \cdot dv$$

otrzymuje się

$$dq = du + p \cdot dv = du + d(p \cdot v) - v \cdot dp \quad (5.1.1)$$

Ponieważ  $du$  i  $d(pv)$  zależą tylko od  $p$  i  $v$ , a więc od stanu czynnika, to  $du + d(pv)$  może być uważane za różniczkę jakiejś nowej funkcji, również jednoznacznej przy danym stanie czynnika. Tę funkcję stanu czynnika nazywamy entalpią i oznaczamy przez  $i$ .

Więc

$$di = du + d(pv) \quad (5.1.2)$$

a po scałkowaniu tego równania otrzymuje się wyrażenie na entalpię

$$i = u + p \cdot v$$

Podstawiając (5.1.2) do (5.1.1) otrzymuje się

$$dq = di - v \cdot dp$$

lub dla pewnych granic przemiany

$$q = i_2 - i_1 - \int_1^2 v \cdot dp$$

Uwzględniając, że

$$l_t = - \int_1^2 v dp$$

otrzymuje się

$$q = i_2 - i_1 + l_t$$

Wyrażenie to jest drugą postacią pierwszego równania termodynamiki. Zamiast pracy bezwzględnej w skład tej zależności wchodzi pojęcie pracy technicznej.

Jeśli przyjąć, że zmiana stanu czynnika odbywa się przy stałym ciśnieniu, to przy  $dp = 0$  i w konsekwencji  $dq = di$ , otrzymuje się

$$q = i_2 - i_1$$

a więc przyrost entalpii jest ilością ciepła doprowadzoną do czynnika przy stałym jego ciśnieniu. Na przyrost ten składa się ciepło zużyte na przyrost energii wewnętrznej i na wykonanie pracy przy zwiększaniu objętości  $v$  w przestrzeni, gdzie panuje stałe ciśnienie  $p$ .

## 5.2. Wykres ciepła

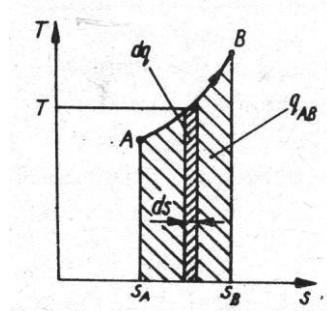
Do dalszych rozważań wprowadzimy nowy parametr termodynamiczny – **entropię**, która zostanie szerzej omówiona w dalszej części opracowania. Równanie definicyjne entropii w postaci różniczkowej jest następujące:

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \left[ \frac{J}{K} \right]$$

gdzie:  $dQ$  – elementarna ilość ciepła w dowolnym procesie;  $T$  - temperatura bezwzględna czynnika termodynamicznego, przy której to elementarne ciepło jest doprowadzane.

W odniesieniu do jednego kilograma czynnika różniczka entropii właściwej wyrażana jest następująco:

$$ds = \frac{dq}{T} \quad \left[ \frac{J}{kg \cdot K} \right] \quad (5.2.1)$$



Rys. 5.3. Dowolna przemiana termodynamiczna w układzie  $T - s$

Jeśli znana jest zależność temperatury od entropii właściwej  $T = f(s)$  dowolnej przemiany termodynamicznej, to przyjmując jako podstawę wykresu układ współrzędnych  $T - s$  i przedstawiając w tym układzie tę przemianę przez krzywą termodynamiczną np. A-B (rys. 5.3) można określić elementarne pole pod krzywą przemiany jako iloczyn temperatury  $T$  i przyrostu entropii  $ds$ . Wobec tego, że  $ds = dq/T$ , a więc  $dq = T \cdot ds$ , pole pod krzywą przemiany wyraża elementarny przyrost ciepła. Całkując to wyrażenie w granicach od A do B otrzymuje się ilość ciepła dostarczonego do przemiany

$$q_{AB} = \int_A^B T \cdot ds$$

przedstawioną polem zawartym pomiędzy krzywą przemiany a dwiema skrajnymi rzędnymi i różnicą odciętych. W przypadku dodatniego przyrostu entropii pole pod krzywą A-B przedstawia ciepło dostarczone do układu, a w przypadku ujemnego przyrostu entropii pole pod krzywą przedstawia ciepło oddane przez układ do jego otoczenia. Ten rodzaj wykresów nosi nazwę wykresów ciepła albo wykresów entropowych.

Wprowadzenie wykresów  $T - s$  umożliwia przedstawienie w sposób obrazowy (za pomocą pól) ciepła doprowadzonego do czynnika lub odprowadzonego podczas przemian termodynamicznych, jak również ciepła zamienianego na pracę w obiegach termodynamicznych.

#### *Obliczenie entropii gazów*

Entropia jako stosunek elementarnego ciepła do temperatury, przy której jest ono doprowadzane, czyli  $dq/T$ , dla gazów da się wyrazić za pomocą pierwszego równania termodynamiki

$$dq = du + p dv$$

Po wstawieniu za różniczkę energii wewnętrznej wartości  $c_v \cdot dT$ , równanie to przyjmie postać:

$$dq = c_v \cdot dT + p \cdot dv$$

Po wstawieniu powyższej zależności do (5.2.1) otrzymuje się

$$ds = \frac{dq}{T} = c_v \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dv$$

Z równania stanu gazu  $p \cdot v = R \cdot T$  wynika, że  $\frac{p}{T} = \frac{R}{v}$ , więc po podstawieniu

$$ds = c_v \frac{dT}{T} + R \frac{dv}{v}$$

Po scałkowaniu otrzyma się

$$s = c_v \cdot \ln T + R \cdot \ln v + s_1 \quad (5.2.2)$$

Po podstawieniu do powyższego równania

$$v = \frac{R \cdot T}{p}$$

otrzymuje się

$$s = c_v \cdot \ln T + R \cdot \ln T - R \ln p + R \ln R + s_1 = (c_v + R) \ln T - R \ln p + R \ln R + s_1$$

i ostatecznie

$$s = c_p \cdot \ln T - R \cdot \ln p + s_2 \quad (5.2.3)$$

a podstawiając

$$T = \frac{p \cdot v}{R}$$

otrzymuje się

$$s = c_v \cdot \ln p + c_v \cdot \ln v + R \ln v - c_v \ln R + s_1 = c_v \ln p + (c_v + R) \ln v - c_v \ln R + s_1$$

i ostatecznie

$$s = c_v \cdot \ln p + c_p \ln v + s_3 \quad (5.2.4)$$

Stałe całkowania  $s_1$ ,  $s_2$  i  $s_3$  w tych równaniach można znaleźć po przyjęciu, że entropia w dowolnie obranym stanie określonym parametrami  $p_o$ ,  $T_o$  równa jest zero, a dla każdego innego stanu gazu ma się do czynienia z dodatnim lub ujemnym przyrostem względem tego umownego stanu zerowego. Najczęściej przyjmuje się temperaturę  $T_o = 273$  K, ciśnienie  $p_o = 101325$  Pa i stosownie do rodzaju gazu wartość  $v_o$ .

Entropia gazu doskonałego może być wówczas obliczona z zależności

$$s = c_v \cdot \ln \frac{T}{T_o} + R \cdot \ln \frac{v}{v_o} \quad (5.2.5)$$

lub

$$s = c_p \cdot \ln \frac{T}{T_o} - R \cdot \ln \frac{p}{p_o} \quad (5.2.6)$$

lub

$$s = c_v \cdot \ln \frac{p}{p_0} + c_p \cdot \ln \frac{v}{v_0} \quad (5.2.7)$$

Entropia gazów doskonałych rośnie wraz z temperaturą. W równych temperaturach rośnie ona ze wzrostem objętości, a maleje ze wzrostem ciśnienia. Entropia powietrza sprężonego jest więc mniejsza niż powietrza atmosferycznego.

Entropię mieszaniny gazów doskonałych można obliczyć także przy pomocy tych samych wzorów. Ponieważ składnik gazowy mieszaniny tak się zachowuje jakby sam zajmował całą przestrzeń mieszaniny, to entropia mieszaniny składa się addytywnie z entropii poszczególnych składników. Dla każdego składnika można obliczyć entropię powyższą formułą, przy czym za ciśnienie należy wstawić wartość ciśnienia udziałowego (cząstkowego) danego składnika.

W zagadnieniach technicznych na ogół występują różnice entropii a nie jej wartości bezwzględne. Całkowanie równania (5.2.2) między stanem 1 i 2 prowadzi do wyniku

$$s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} + R \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (5.2.8)$$

Gdy z powyższego równania wyeliminuje się kolejno jeden z niezależnych parametrów termicznych stanu otrzyma się:

$$s_2 - s_1 = c_p \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} - R \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (5.2.9)$$

oraz

$$s_2 - s_1 = c_v \cdot \ln \frac{p_2}{p_1} + c_p \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (5.2.10)$$

Zmiany entropii gazu półdoskonałego oblicza się przez całkowanie wyrażenia na  $ds$ , które ma taką samą postać jak dla gazu doskonałego. Przy całkowaniu należy tylko pamiętać o tym, że ciepło właściwe jest zmienne i zależy od temperatury. Wzór na przyrost entropii gazu półdoskonałego ma więc następującą postać:

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_v \frac{dT}{T} + R \ln \frac{v_2}{v_1} \quad (5.2.11)$$

lub

$$s_2 - s_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_p \frac{dT}{T} - R \ln \frac{p_2}{p_1} \quad (5.2.12)$$

Ocena zmiany entropii czynnika ma zasadnicze znaczenie dla ustalenia kierunku wymiany ciepła pomiędzy czynnikiem a otoczeniem.

W równaniu

$$dq = T \cdot ds$$

wartość temperatury w skali bezwzględnej ( $T$ ) jest zawsze dodatnia. Wobec tego znaki algebraiczne  $dq$  i  $ds$  są zawsze takie same.

Zgodnie z przyjętą umową, że ciepło doprowadzone do układu jest dodatnie (znak plus), a ciepło odprowadzone z układu do otoczenia ujemne (znak minus) wynika:

- a)  $ds > 0$ , to również  $dq > 0$  i  $q > 0$  (ciepło doprowadzone),
- b)  $ds < 0$ , to również  $dq < 0$  i  $q < 0$  (ciepło odprowadzone),
- c)  $ds = 0$ , to również  $dq = 0$  i  $q = 0$  (brak wymiany ciepła z otoczeniem).

Przyrost entropii czynnika może być również określony w wyniku przeprowadzonego poniżej rozumowania

$$ds = \frac{dq}{T}$$

Ponieważ  $dq = c \cdot dT$ , gdzie  $c$  jest charakterystycznym ciepłem właściwym dla rozpatrywanej przemiany termodynamicznej więc różniczka entropii wyniesie

$$ds = \frac{c \cdot dT}{T}$$

Po scałkowaniu dla skończonych granic

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dq}{T} = \int_1^2 \frac{c \cdot dT}{T} = c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (5.2.13)$$

Równanie to jest ogólniejsze, jednak jest równoznaczne z zależnościami podanymi dla gazów w równaniach (5.2.8), (5.2.9) i (5.2.10).

Po podstawieniu do zależności (5.2.13):

$$c = \frac{c_v(m-k)}{m-1}$$

otrzymuje się:

$$s_2 - s_1 = c_v \frac{m-k}{m-1} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (5.2.14)$$

### 5.3. Przemiana politropowa

Przemiana, podczas której ciepło jest tak doprowadzane lub odprowadzane, że temperatura jest proporcjonalna do ilości ciepła, czyli podczas której ciepło właściwe nie ulega zmianie nazywa się politropową. Krzywa przedstawiająca taką przemianę nazywa się politropą. Więc

$$dq = c \cdot dT$$

przy czym  $c$  może mieć dowolną, lecz stałą wartość.

#### 5.3.1. Równanie przemiany politropowej

Równanie przemiany politropowej we współrzędnych  $p$ - $v$  można wyprowadzić z I zasady termodynamiki:



$$dq = c_v dT + p dv$$

Ponieważ dla politropy:

$$dq = c dT,$$

więc:

$$c dT - c_v dT - p dv = 0$$

lub:

$$(c - c_v) dT - p dv = 0 \quad (5.3.1)$$

Z równania stanu:

$$dT = \frac{d(pv)}{R}$$

Po podstawieniu do (5.3.1) otrzymuje się:

$$(c - c_v) \frac{d(pv)}{R} - p dv = 0$$

lub:

$$\frac{c - c_v}{R} d(pv) - p dv = 0 \quad (5.3.2)$$

Ponieważ:

$$R = c_p - c_v$$

to wyrażenie :

$$\frac{c - c_v}{R}$$

można przekształcić do postaci

$$\frac{c - c_v}{R} = \frac{c - c_v}{c_p - c_v} = \frac{1}{\frac{c_p - c_v}{c - c_v}} = \frac{1}{\frac{c_p - c_v + c - c}{c - c_v}} = \frac{1}{\frac{c - c_v}{c - c_c} - \frac{c - c_p}{c - c_v}} = \frac{1}{1 - \frac{c - c_p}{c - c_v}}$$

Oznaczając:

$$\frac{c - c_p}{c - c_v} = m \quad (5.3.3)$$

gdyż jest to wielkość stała dla danej przemiany, otrzymuje się:

$$\frac{c - c_v}{R} = \frac{1}{1 - m}$$

Stąd po podstawieniu do (5.3.2) i dokonaniu przekształceń:

$$\begin{aligned} \frac{1}{1 - m} d(pv) - p \cdot dv &= 0 \\ \frac{1}{1 - m} (v \cdot dp + p \cdot dv) - p \cdot dv &= 0 \\ \frac{1}{1 - m} v \cdot dp + p \cdot dv \left( \frac{1}{1 - m} - 1 \right) &= 0 \\ \frac{1}{1 - m} v \cdot dp + \frac{1}{1 - m} p \cdot dv (1 - 1 + m) &= 0 / \cdot (1 - m) \\ v \cdot dp + m \cdot p \cdot dv &= 0 / \div v \\ dp + m \cdot p \cdot \frac{dv}{v} &= 0 / \div p \end{aligned}$$

otrzymuje się równanie różniczkowe politropy:

$$\frac{dp}{p} + m \frac{dv}{v} = 0 \quad (5.3.4)$$

Po scałkowaniu równania (5.3.4) otrzymuje się:

$$m \cdot \ln \frac{v_2}{v_1} + \ln \frac{p_2}{p_1} = 0$$

lub:

$$p_1 \cdot v_1^m = p_2 \cdot v_2^m \quad (5.3.5)$$

Zależność (5.3.5) przedstawia podstawowe równanie przemiany politropowej, wiążące dwa parametry stanu gazu, którymi są w tym przypadku ciśnienie bezwzględne  $p$  i objętość właściwa  $v$ .

Wykorzystując równanie stanu gazu w postaci:

$$p \cdot v = R \cdot T \quad (5.3.6)$$

można otrzymać inną postać równania (5.3.5). Podstawiając do równania (5.3.5) zależność (5.3.6) w postaci:

$$p = \frac{R \cdot T}{v}$$

i dokonując przekształceń:

$$\frac{R \cdot T_1}{v_1} v_1^m = \frac{R \cdot T_2}{v_2} v_2^m$$

otrzymuje się równanie politropy wiążące dwa parametry stanu gazu, którymi są w tym przypadku temperatura bezwzględna  $T$  i objętość właściwa  $v$

$$T_1 \cdot v_1^{(m-1)} = T_2 \cdot v_2^{(m-1)} \quad (5.3.7)$$

Podstawiając do równania (5.3.5) zależność (5.3.6) w postaci:

$$v = \frac{R \cdot T}{p}$$

i dokonując przekształceń:

$$p_1 \frac{R^m \cdot T_1^m}{p_1^m} = p_2 \frac{R^m \cdot T_2^m}{p_2^m}$$

$$p_1^{(1-m)} \cdot T_1^m = p_2^{(1-m)} \cdot T_2^m / \sqrt[m]{}$$

otrzymuje się równanie politropy wiążące dwa parametry stanu gazu, którymi są w tym przypadku temperatura bezwzględna  $T$  i ciśnienie bezwzględne  $p$

$$T_1 \cdot p_1^{\frac{1-m}{m}} = T_2 \cdot p_2^{\frac{1-m}{m}} \quad (5.3.8)$$

### 5.3.2. Ciepło właściwe przemiany politropowej

Wykorzystując definicję wykładnika politropy (5.3.3) można otrzymać zależność pozwalającą wyznaczyć ciepło właściwe przemiany, jeśli jest znany wykładnik politropy  $m$ :

$$m = \frac{c - c_p}{c - c_v} / (c - c_v)$$

$$m \cdot c - m \cdot c_v = c - c_p$$

$$c(m-1) = m \cdot c_v - c_p = c_v \left(m - \frac{c_p}{c_v}\right) = c_v(m-k)$$

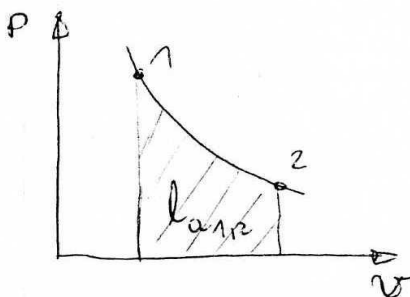
Stąd:

$$c = \frac{c_v(m-k)}{m-1} \quad (5.3.9)$$

Ciepło właściwe  $c$  może mieć wartość ujemną. Czynniki termodynamiczne mają ujemną pojemność cieplną (ciepło właściwe) wówczas, gdy mimo doprowadzenia ciepła temperatura czynnika obniża się lub mimo odprowadzenia ciepła temperatura podwyższa się. Taka sytuacja ma miejsce w sprężarkach – mimo odbierania ciepła temperatura gazu przy rozprężaniu podwyższa się. W chłodzonych sprężarkach występuje więc przemiana o ujemnej pojemności cieplnej.

### 5.3.3. Praca przemiany politropowej

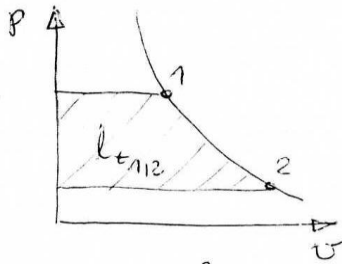
Działanie układu termodynamicznego na otoczenie jest nazywane pracą zewnętrzną przemiany, jeżeli wynik tego działania można sprowadzić tylko do zmiany położenia ciężaru znajdującego się poza układem, względem poziomego odniesienia. Praca zewnętrzna układu jest pracą na pokonanie sił zewnętrznych. W termodynamice technicznej przyjmuje się, że praca wykonana przez układ jest dodatnia, a praca pobrana przez układ jest ujemna (wykonana przez otoczenie nad układem).



Zgodnie z przyjętą umową, praca zmiany objętości  $l_{a1,2}$  (rys. 5.4) nazywana pracą absolutną albo zewnętrzną jest dodatnia podczas ekspansji (zwiększania objętości)  $dv > 0$ , a ujemna podczas kompresji (zmniejszania objętości)  $dv < 0$ .

$$l_{a1,2} = \int_1^2 p \cdot dv$$

Rys. 5.4. Praca absolutna na wykresie pracy  $p - v$



Zgodnie z przyjętą umową, **praca techniczna**  $l_{t1,2}$  (rys. 5.5) jest dodatnia przy rozprężaniu  $dp < 0$ , a ujemna przy sprężaniu  $dp > 0$  (dlatego stawia się znak minus przed całką).

$$l_t = - \int_1^2 v \cdot dp$$

Rys. 5.5. Praca techniczna na wykresie pracy  $p - v$

Praca techniczna przemian w układach zamkniętych ma znaczenie tylko matematyczne, nie ma sensu fizycznego.

Pracę absolutną przemiany politropowej można wyznaczyć przez całkowanie równania przemiany po  $dv$ :

- równanie politropy:

$$p \cdot v^m = p_1 \cdot v_1^m = p_2 \cdot v_2^m = \dots \quad \text{stąd: } p = \frac{v_1^m}{v^m} p_1$$

- praca absolutna:

$$\begin{aligned} l_a &= \int_1^2 p \cdot dv = \int_1^2 \frac{p_1 \cdot v_1^m}{v^m} dv = p_1 \cdot v_1^m \int_1^2 v^{-m} dv = p_1 \cdot v_1^m \frac{1}{1-m} (v_2^{1-m} - v_1^{1-m}) = \\ &= \frac{1}{1-m} (p_1 \cdot v_1^m \cdot v_2^{1-m} - p_1 \cdot v_1^m \cdot v_1^{1-m}) = \frac{1}{1-m} (p_2 \cdot v_2^m \cdot v_2^{1-m} - p_1 \cdot v_1 \cdot v_1^{1-m}) = \\ &= \frac{1}{1-m} (p_2 \cdot v_2^{(m+1-m)} - p_1 \cdot v_1^{(m+1-m)}) = \frac{1}{1-m} (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) \end{aligned}$$

lub po podstawieniu:

$$p \cdot v = R \cdot T$$

otrzymuje się:

$$l_a = \frac{R}{1-m} (T_2 - T_1)$$

A zatem:

$$l_a = \frac{1}{1-m} (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) = \frac{R}{1-m} (T_2 - T_1) \quad (5.3.10)$$

Pracę techniczną przemiany politropowej można wyznaczyć przez całkowanie równania przemiany po  $dp$ :

- równanie politropy:

$$p \cdot v^m = p_1 \cdot v_1^m = p_2 \cdot v_2^m = \dots \quad \text{stąd: } v = \frac{p_1^{\frac{1}{m}}}{p^{\frac{1}{m}}} v_1$$

- praca techniczna:

$$\begin{aligned}
 l_t &= - \int_1^2 v \cdot dp = - \int_1^2 p_1^{\frac{1}{m}} \cdot v_1 \frac{dp}{p^{\frac{1}{m}}} = - p_1^{\frac{1}{m}} \cdot v_1 \int_1^2 p^{-\frac{1}{m}} dp = - p_1^{\frac{1}{m}} \cdot v_1 \left[ \frac{p^{-\frac{1}{m}+1}}{-\frac{1}{m}+1} \right]_{p_1}^{p_2} = \\
 &= - p_1^{\frac{1}{m}} \cdot v_1 \frac{1}{-\frac{1}{m}+1} \left[ p_2^{-\frac{1}{m}+1} - p_1^{-\frac{1}{m}+1} \right] = - p_1^{\frac{1}{m}} \cdot v_1 \frac{1}{\frac{-1+m}{m}} \left[ p_2^{-\frac{1}{m}+1} - p_1^{-\frac{1}{m}+1} \right] = \\
 &= - p_1^{\frac{1}{m}} \cdot v_1 \cdot \frac{m}{m-1} \left[ p_2^{\frac{m-1}{m}} - p_1^{\frac{m-1}{m}} \right] = - \frac{m}{m-1} \left( p_1^{\frac{1}{m}} \cdot v_1 \cdot p_2^{\frac{m-1}{m}} - p_1^{\frac{1}{m}} \cdot v_1 \cdot p_1^{\frac{m-1}{m}} \right) = \\
 &= - \frac{m}{m-1} (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) = \frac{m}{1-m} (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1)
 \end{aligned}$$

lub po podstawieniu:

$$p \cdot v = R \cdot T$$

otrzymuje się:

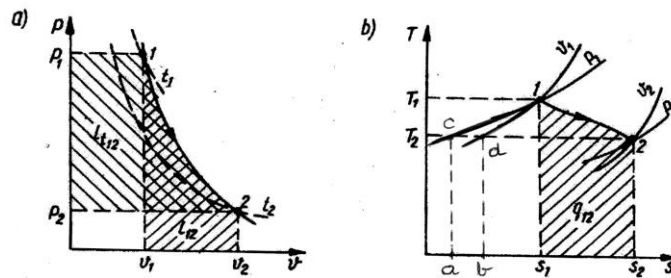
$$l_t = \frac{m \cdot R}{1-m} (T_2 - T_1)$$

a zatem:

$$l_t = \frac{m}{1-m} (p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1) = \frac{m \cdot R}{1-m} (T_2 - T_1) = m \cdot l_a \quad (5.3.11)$$

### 5.3.4. Obliczenie przemiany politropowej

Przykładowy wykres przemiany politropowej o wykładniku  $1 < m < k$  jest przedstawiony na rys. 5.6, w układzie współrzędnych  $p - v$  i  $T - s$ .



Rys. 5.6. Przebieg przemiany politropowej o wykładniku  $1 < m < k$  w układach: a)  $p - v$ , b)  $T - s$

Wyznaczenie parametrów stanu w poszukiwanych punktach politropy wymaga wykorzystania równań przemiany w postaci (5.3.5), (5.3.7), (5.3.8). Pełne rozwiązanie zadania dla politropy wymaga wyznaczenia wielkości wkładu ciepła  $q_{1,2}$ , pracy  $l_{a,1,2}$ , pracy technicznej  $l_{t,1,2}$ , zmiany energii wewnętrznej układu  $u_2 - u_1$ , zmiany entalpii  $i_2 - i_1$  oraz zmiany entropii układu  $s_2 - s_1$ .

Ciepło przemiany politropowej jest równe

$$q_{1,2} = c(T_2 - T_1)$$

gdzie:  $c = \frac{c_v(m-k)}{m-1}$

Pracę absolutną  $l_{a1,2}$  przemiany politropowej oblicza się z zależności (5.3.10) a pracę techniczną  $l_{t1,2}$  z zależności (5.3.11).

Zmiana energii wewnętrznej, zgodnie z definicją, wynosi:

$$u_{1,2} = c_v(T_2 - T_1)$$

Zmiana entalpii, zgodnie z definicją, wynosi:

$$i_{1,2} = c_p(T_2 - T_1)$$

Uwzględniając, że:

$$c_p = k \cdot c_v$$

otrzymuje się:

$$i_{1,2} = k \cdot c_v(T_2 - T_1) = k \cdot u_{1,2}$$

Zmianę entropii w przemianie politropowej można wyznaczyć, korzystając z definicji entropii:

$$ds = \frac{dq}{T}$$

Podstawiając do powyższego równania

$$dq = c \cdot dT$$

otrzymuje się

$$ds = \frac{c \cdot dT}{T}$$

Po scałkowaniu:

$$s_2 - s_1 = \int_1^2 \frac{dq}{T} = \int_1^2 \frac{c \cdot dT}{T} = c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

$$s_2 - s_1 = c \cdot \ln \frac{T_2}{T_1} \quad (5.3.12)$$

lub po podstawieniu zależności (5.3.9) w postaci:

$$c = \frac{c_v(m-k)}{m-1}$$

otrzymuje się:

$$s_2 - s_1 = c_v \frac{m-k}{m-1} \cdot \ln \frac{T_2}{T_1}$$

Poprawność obliczeń można sprawdzić korzystając z równania pierwszej zasady termodynamiki w postaci

$$U_{1,2} = Q_{1,2} - L_{a1,2}$$

albo

$$I_{1,2} = Q_{1,2} - L_{t1,2}$$

w odniesieniu do określonej masy czynnika  $M \text{ kg}$  lub w postaci

$$u_{1,2} = q_{1,2} - l_{a1,2}$$

albo

$$i_{1,2} = q_{1,2} - l_{t1,2}$$

w odniesieniu do jednostki masy czynnika  $1 \text{ kg}$ .

Na wykresie przemiany przedstawionej na rys. 5.6 są oznaczone powierzchnie pracy absolutnej  $l_{a1,2}$  (dodatnia, wykonana przez gaz) i pracy technicznej  $l_{t1,2}$  (dodatnia) (rys. 5.6.a), a na wykresie na rys. 5.6.b jest oznaczona powierzchnia ciepła przemiany  $q_{1,2}$  (dodatnie, dostarczone z zewnątrz).

Na wykresie ciepła (wykres  $T - s$ , rys. 5.6.b) można przedstawić bilans energetyczny przemiany. Powierzchnia  $s_1, 1, 2, s_2$  pod krzywą przemiany przedstawia ciepło  $q_{1,2}$ . Poprowadźmy przez punkt 1 (punkt o największej energii wewnętrznej czynnika) izochorę  $v_1 = \text{const.}$  aż do jej przecięcia się w punkcie  $d$  z izotermę  $T_2$  przechodzącą przez punkt 2 (punkt o najmniejszej energii wewnętrznej czynnika). Powierzchnia pod odcinkiem izochory  $v_1$  od  $d$  do 1 jest równoważna przyrostowi energii wewnętrznej  $u_2 - u_1$  (powierzchnia  $b,d,1,s_1$ ). W rozważanym przykładzie, mimo doprowadzenia ciepła  $q_{1,2}$ , nastąpił spadek temperatury czynnika, a co za tym idzie spadek jego energii wewnętrznej. Wobec doprowadzenia ciepła spadek energii wewnętrznej mógł zostać spowodowany tylko wykonaniem pracy przez czynnik. Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki

$$u_2 - u_1 = q_{1,2} - l_{a1,2}$$

gaz wykonał pracę w wyniku doprowadzenia ciepła i kosztem spadku energii wewnętrznej. A zatem, pracę absolutną wykonaną przez gaz musi przedstawiać na wykresie  $T - s$  powierzchnia  $b,d,1,2,s_2$ .

Poprowadźmy teraz przez punkt 1 (punkt o największej energii wewnętrznej czynnika) izobarę  $p_1 = \text{const.}$  aż do jej przecięcia się w punkcie  $c$  z izotermę  $T_2$  przechodzącą przez punkt 2 (punkt o najmniejszej energii wewnętrznej czynnika). Powierzchnia pod odcinkiem izobary  $v_1$  od  $c$  do 1 jest równoważna przyrostowi entalpii  $i_2 - i_1$  (powierzchnia  $a,c,1,s_1$ ). W rozważanym przykładzie, mimo doprowadzenia ciepła  $q_{1,2}$ , nastąpił spadek temperatury czynnika, a co za tym

idzie spadek jego entalpii. Wobec doprowadzenia ciepła, spadek entalpii może nastąpić tylko w przypadku wykonania pracy technicznej. Zgodnie z pierwszą zasadą termodynamiki

$$i_2 - i_1 = q_{1,2} - l_{t1,2}$$

praca techniczna została wykonana w wyniku doprowadzenia ciepła i kosztem spadku entalpii. A zatem, wykonaną pracę techniczną musi przedstawiać na wykresie  $T - s$  powierzchnia  $a, c, 1, 2, s_2$ .

Różnicę powierzchni  $(i_2 - i_1) - (u_2 - u_1)$  przedstawia na wykresie powierzchnia  $a, c, 1, d, b$ . Ponieważ

$$i_2 = u_2 + p_2 \cdot v_2 \quad \text{oraz} \quad i_1 = u_1 + p_1 \cdot v_1$$

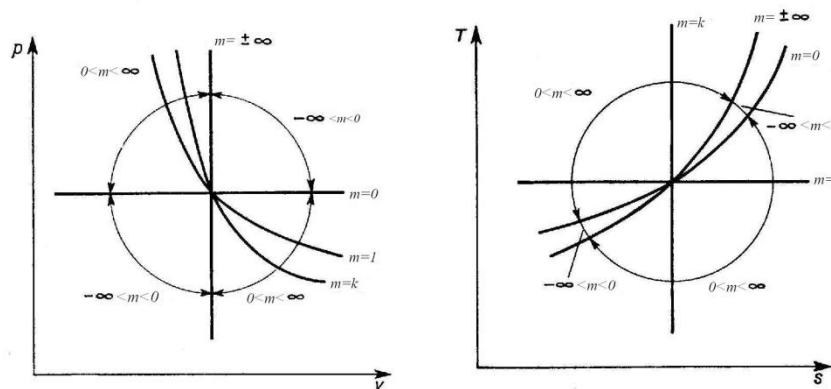
to

$$(i_2 - i_1) - (u_2 - u_1) = p_2 \cdot v_2 - p_1 \cdot v_1$$

Powierzchnia  $a, c, 1, d, b$  przedstawia zatem przyrost energii umieszczenia nazywanej również energią przetłaczania.

### 5.3.5. Właściwości przemiany politropowej

Przebieg przemiany politropowej na wykresach  $p - v$  i  $T - s$  zależy od wykładnika politropy. Schemat przebiegu przemian politropowych o różnych wykładnikach  $m$  jest pokazany na rys. 5.7.



Rys 5.7. Przemiany politropowe na wykresie  $p - v$  i na wykresie  $T - s$

Nadając różne wartości wykładnikowi  $m$  w równaniu politropy

$$p_1 \cdot v_1^m = p_2 \cdot v_2^m = const.$$

otrzymuje się szczególne przypadki politropy. Od wykładnika  $m$  zależą tak samo jak rodzaj przemiany, sposób wymiany ciepła i pracy. Ciepło właściwe przemiany politropowej (5.3.9) wynosi

$$c = \frac{c_v(m-k)}{m-1}$$



i również zależy od wykładnika  $m$ .

Przy  $m = 0$  równanie politropy przybiera postać

$$p_1 = p_2 = \text{const.}$$

Z równania stanu gazu

$$p_1 = \frac{R \cdot T_1}{v_1} \quad \text{i} \quad p_2 = \frac{R \cdot T_2}{v_2}$$

Po podstawieniu otrzymuje się zależność opisującą zmianę parametrów stanu gazu przy stałym ciśnieniu, czyli równanie *przemiany izobarycznej*.

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Ciepło właściwe przyjmuje wartość

$$c = c_p$$

Przy  $m \rightarrow \infty$  równanie politropy przybiera postać

$$v_1 = v_2 = \text{const.}$$

Z równania stanu gazu

$$v_1 = \frac{R \cdot T_1}{p_1} \quad \text{i} \quad v_2 = \frac{R \cdot T_2}{p_2}$$

Po podstawieniu otrzymuje się zależność opisującą zmianę parametrów stanu gazu przy stałej objętości, czyli równanie *przemiany izochorycznej*.

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2}$$

Ciepło właściwe przyjmuje wartość

$$c = c_v$$

Przy  $m = 1$  równanie politropy przybiera postać

$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 = \text{const.}$$

czyli:  $T_1 = T_2 = \text{const.}$

Przemiana odbywa się przy stałej temperaturze, jest to *przemiana izotermiczna*.

Ciepło właściwe przemiany

$$c \rightarrow \infty$$

Przy  $m = k$  równanie politropy przybiera postać

$$p_1 \cdot v_1^k = p_2 \cdot v_2^k = \text{const.}$$

Ciepło właściwe przemiany

$$c = 0$$

Przemiana odbywa się bez wymiany ciepła z otoczeniem ( $q_{1,2} = 0$ ). Jest to *przemiana adiabatyczna*. Jeśli jednocześnie jest to przemiana odwracalna, to spełnia warunek

$$ds = \frac{dq}{T} = 0$$

Zatem w takiej przemianie entropia jest stała  $s_1 = s_2 = const.$ . Jest to przypadek, gdy przemianie podlega gaz doskonały nielepki - a więc nie występują siły tarcia wewnętrznego powodujące wydzielanie się ciepła podczas przemiany, a w konsekwencji zmianę entropii. Z tego względu odwracalna przemiana adiabatyczna bywa nazywana przemianą *izentropową* lub ściślej *adiabatyczno-izentropową*.

### 5.3.6. Wyznaczanie przebiegu izochory i izobary na wykresie T-s

#### a) Wyznaczenie przebiegu izochory

Do wyznaczenia przebiegu izochory na wykresie ciepła wykorzystamy równanie entropii w postaci

$$ds = \frac{dq}{T} \quad (\text{a.1})$$

i pierwszego równania termodynamiki w postaci

$$du = dq - dl_a \quad (\text{a.2})$$

Zapisując równanie (a.2) w postaci

$$dq = du + dl_a$$

i podstawiając do niego  $du = c_v dT$  oraz  $dl_a = p dv$

otrzymamy

$$dq = c_v dT + p dv \quad (\text{a.3})$$

Podstawiając zależność (a.3) do równania (a.1) otrzymamy

$$ds = c_v \cdot \frac{dT}{T} + \frac{p}{T} dv \quad (\text{a.4})$$

Gdy objętość jest stała  $v = const.$  to  $dv = 0$ , a równanie (a.4) przyjmie postać

$$ds = c_v \cdot \frac{dT}{T} \quad (\text{a.5})$$

Całkując równanie (a.5) otrzymamy

$$s_v = c_v \ln T + s_1 \quad (\text{a.6})$$

Stałą całkowania  $s_1$  wyznacza się przyjmując wartość entropii równą zero dla warunków normalnych fizycznych  $T_N = 273 \text{ K}$ ,  $p_N = 101325 \text{ Pa}$ . Objętość właściwa w tych warunkach wynosi  $v_N = \frac{RT_N}{p_N}$ .

Równanie (a.6) dla warunków normalnych fizycznych przyjmie zatem postać

$$s_v = c_v \ln T_N + s_1 = 0$$

Stąd

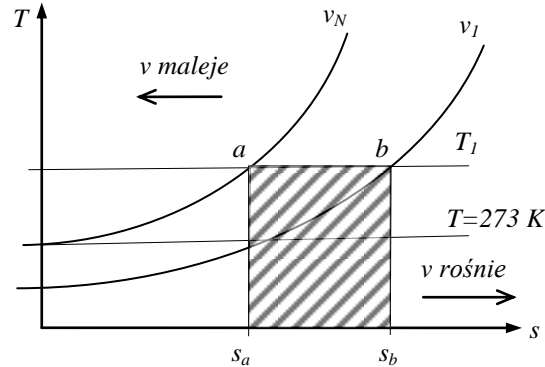
$$s_1 = -c_v \ln T_N \quad (\text{a.7})$$

Po podstawieniu (a.7) do równania (a.6) otrzymamy

$$s_v = c_v \ln T - c_v \ln T_N = c_v \ln \frac{T}{T_N} \quad (\text{a.8})$$

Jest to w układzie  $T$ - $s$  równanie izochory normalnej o wartości  $v_N$ , której współrzędne w początku układu wynoszą:  $T = 273 \text{ K}$ ,  $s = 0 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$ . Np. dla tlenu ta izochora ma wartość  $0,7 \text{ m}^3/\text{kg}$ .

Przebiegi izochor o innych wartościach wyznacza się względem izochory normalnej  $v_N$ . Niech izochora  $v_I = \text{const.}$  będzie tą, której przebieg chcemy wyznaczyć (rys. 5.8).



Rys.5.8. Izochora na wykresie  $T$ - $s$

W tym celu poprowadzimy na wykresie  $T$ - $s$  izotermę  $T_1$  przecinającą izochorę  $v_N$  w punkcie  $a$  a izochorę  $v_I$  w punkcie  $b$ . Punktowi  $a$  odpowiada wartość entropii  $s_a$  a punktowi  $b$  wartość entropii  $s_b$ . Zgodnie z definicją entropii pole  $s_a, a, b, s_b$  przedstawia ciepło  $q$ , które wynosi

$$q = (s_b - s_a) T_1 \quad (\text{a.9})$$

Pole  $s_a, a, b, s_b$  a więc ciepło, w przemianie izotermicznej wyznacza się następująco

$$q = R T_1 \ln \frac{v_1}{v_N} \quad (\text{a.10})$$

Przyrównując równanie (a.9) i (a.10) otrzymamy

$$(s_b - s_a) = R \ln \frac{v_1}{v_N} \quad (\text{a.11})$$

Wartość entropii w punkcie  $b$  wynosi zatem

$$s_b = s_a + R \ln \frac{v_1}{v_N} = c_v \ln \frac{T_1}{T_N} + R \ln \frac{v_1}{v_N}$$

Jak wynika z równania (a.11) izochora  $v_I = \text{const.}$  jest logarytmiką przesuniętą wzdłuż izotermy  $T_1$  o stałą wartość  $a, b = R \ln \frac{v_1}{v_N}$  względem izochory  $v_N = \text{const.}$  Wartość tego przesunięcia nie zależy od temperatury, a zatem, dla każdej wartości temperatury przesunięcie jest takie samo. Przesunięciu izochory  $v_I$  względem izochory  $v_N$  odpowiada przyrost entropii  $s_b - s_a$ . Przyrost ten

jest dodatni gdy  $\ln \frac{v_1}{v_N} > 0$ , czyli  $v_1 > v_N$ ; ujemny gdy  $\ln \frac{v_1}{v_N} < 0$ , czyli  $v_1 < v_N$ .

A zatem układ izochor na wykresie  $T-s$  jest następujący:

- wartość izochor rośnie zgodnie z kierunkiem osi  $s$ ,
- wartość izochor maleje przeciwnie do kierunku osi  $s$ .

### b) Wyznaczenie przebiegu izobary

Do wyznaczenia przebiegu izochory na wykresie ciepła wykorzystamy równanie entropii w postaci

$$ds = \frac{dq}{T} \quad (\text{b.1})$$

i pierwszego równania termodynamiki w postaci

$$di = dq - dl_t \quad (\text{b.2})$$

Zapisując równanie (b.2) w postaci

$$dq = di + dl_t$$

i podstawiając do niego  $di = c_p dT$  oraz  $dl_t = -v dp$

otrzymamy

$$dq = c_p dT - v dp \quad (\text{b.3})$$

Podstawiając zależność (b.3) do równania (b.1) otrzymamy

$$ds = c_p \cdot \frac{dT}{T} - \frac{v}{T} dp \quad (\text{b.4})$$

Gdy objętość jest stała  $p = \text{const.}$  to  $dp = 0$ , a równanie (b.4) przyjmie postać

$$ds = c_p \cdot \frac{dT}{T} \quad (\text{b.5})$$

Całkując równanie (b.5) otrzymamy

$$s_p = c_p \ln T + s_2 \quad (\text{b.6})$$

Stałą całkowania  $s_2$  wyznacza się przyjmując wartość entropii równą zero dla warunków normalnych fizycznych  $T_N = 273 \text{ K}$ ,  $p_N = 101325 \text{ Pa}$ .

Równanie (b.6) dla warunków normalnych fizycznych przyjmie zatem postać

$$s_p = c_p \ln T_N + s_2 = 0$$

Stąd

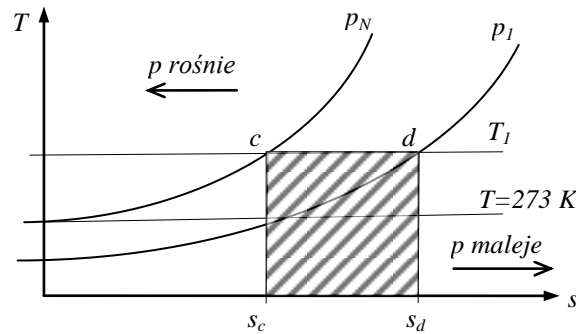
$$s_2 = -c_p \ln T_N \quad (\text{b.7})$$

Po podstawieniu (b.7) do równania (b.6) otrzymamy

$$s_p = c_p \ln T - c_p \ln T_N = c_p \ln \frac{T}{T_N} \quad (\text{b.8})$$

Jest to w układzie  $T-s$  równanie izobary o wartości  $p_N$ , której współrzędne w początku układu wynoszą:  $T = 273 \text{ K}$ ,  $s = 0 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ .

Przebiegi izobar o innych wartościach wyznacza się względem izobary  $p_N$ . Niech izobara  $p_I = \text{const.}$  będzie tą, której przebieg chcemy wyznaczyć (rys. 5.9).



Rys.5.9. Izobara na wykresie  $T-s$

W tym celu poprowadzimy na wykresie  $T-s$  izotermę  $T_1$  przecinającą izobary  $p_N$  w punkcie  $c$  a izobary  $p_I$  w punkcie  $d$ . Punktowi  $c$  odpowiada wartość entropii  $s_c$  a punktowi  $d$  wartość entropii  $s_d$ . Zgodnie z definicją entropii pole  $s_c, c, d, s_d$  przedstawia ciepło  $q$ , które wynosi

$$q = (s_d - s_c) T_1 \quad (\text{b.9})$$

Pole  $s_c, c, d, s_d$  a więc ciepło, w przemianie izotermicznej wyznacza się następująco

$$q = R T_1 \ln \frac{p_N}{p_1} \quad (\text{b.10})$$

Przyrównując równanie (b.9) i (b.10) otrzymamy

$$(s_d - s_c) = R \ln \frac{p_N}{p_1} \quad (\text{b.11})$$

Wartość entropii w punkcie  $b$  wynosi zatem

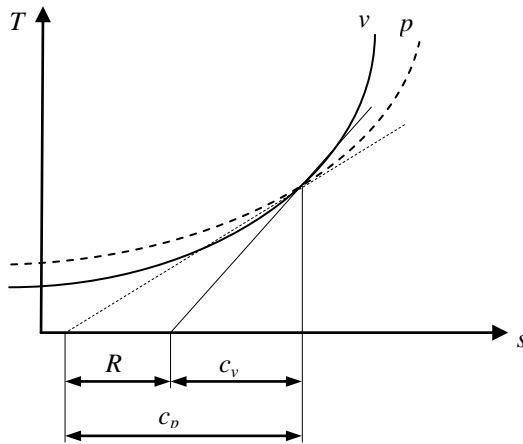
$$s_d = s_c + R \ln \frac{p_N}{p_1} = c_v \ln \frac{T_1}{T_N} + R \ln \frac{p_N}{p_1}$$

Jak wynika z równania (b.11) izobara  $p_I = \text{const.}$  jest logarytmiką przesuniętą wzdłuż izoterm  $T_1$  o stałą wartość  $c, d = R \ln \frac{p_N}{p_1}$  względem izobary  $p_N = \text{const.}$  Wartość tego przesunięcia nie zależy od temperatury, a zatem, dla każdej wartości temperatury przesunięcie jest takie samo. Przesunięciu izobary  $p_I$  względem izobary  $p_N$  odpowiada przyrost entropii  $s_d - s_c$ . Przyrost ten jest dodatni gdy  $\ln \frac{p_N}{p_1} > 0$ , czyli  $p_N > p_1$ ; ujemny gdy  $\ln \frac{p_N}{p_1} < 0$ , czyli  $p_N < p_1$ .

A zatem układ izobar na wykresie  $T-s$  jest następujący:

- wartość izobar maleje zgodnie z kierunkiem osi  $s$ ,
- wartość izobar rośnie przeciwnie do kierunku osi  $s$ .

Wzajemne położenie izochory i izobary na wykresie T-s jest pokazane na rys. 5.10. Krzywa przedstawiająca przemianę izochoryczną gazu doskonałego jest logarytmiką o podstyczej  $c_v$ , a krzywa przedstawiająca przemianę izobaryczną jest logarytmiką o podstyczej  $c_p$ .



Rys.5.10. Izobara i izochora na wykresie T-s

#### ZADANIA

1. Powietrze o masie  $M=1,5$  kg, ciśnieniu  $p_1=0,9$  bar, temperaturze  $t_1=18^\circ\text{C}$  zostało sprężone do ciśnienia  $p_2=10$  bar, przy czym temperatura wzrosła do  $t_2=125^\circ\text{C}$ . Obliczyć wykładnik politropy, objętość końcową, pracę absolutną i techniczną, ciepło przemiany oraz zmianę energii wewnętrznej i entalpii. Parametry powietrza:  $R=287$  J/(kg·K),  $k=c_p/c_v=1,4$ .

*Odp.:  $m=1,148$ ,  $V_2=0,171$  m<sup>3</sup>,  $L_a=-311$  kJ,  $L_t=-357$  kJ,  $Q=-196$  kJ,  $\Delta U=115$  kJ,  $\Delta I=161,2$  kJ*

2. Powietrze o temperaturze  $t_1=20^\circ\text{C}$  jest sprężane w sprężarce według politropy o wykładniku  $m=1,2$  od ciśnienia  $p_1=0,1$  MPa do ciśnienia  $p_2=1$  MPa. Obliczyć parametry końcowe przemiany, pracę absolutną, pracę techniczną, ciepło właściwe, ciepło przemiany, zmianę entropii. Parametry powietrza:  $R=287$  J/(kg·K),  $k=c_p/c_v=1,4$ .

*Odp.:  $T_2=430$  K,  $v_2=0,123$  m<sup>3</sup>/kg,  $l_a=-196,6$  kJ/kg,  $l_t=-236$  kJ/kg,  $c=-717,5$  J/(kg·K),*

*$q=-98,3$  kJ/kg,  $\Delta s=-275$  J/(kg·K)*