

## 2. GAZY DOSKONAŁE I PÓLDOSKONAŁE

Gazy występujące w przyrodzie składają się z ogromnej ilości cząsteczek, które znajdują się w ciągłym ruchu. Cząsteczki wykonują ruchy translacyjne (przemieszczenia prostoliniowe), rotacyjne (obrotowe) i oscylacyjne (drżania atomów w cząsteczce). Cząsteczki mają pewną objętość własną i oddziałują na siebie siłami wzajemnego przyciągania. Cząsteczki zderzają się między sobą, tak że ich prędkości zmieniają się ciągle co do wielkości i kierunku. Do wyprowadzenia właściwości gazów w oparciu o teorię kinetyczną przyjęto model mikroskopowy gazu polegający na określeniu działań między cząsteczkami. W najprostszym przypadku tzw. gazu doskonałego przyjmuje się, że cząsteczki można traktować jako punkty materialne podlegające prawom zderzenia kul doskonale sprężystych, znanym z mechaniki, a siły działające między cząsteczkami na odległość można pominąć.

Występowanie objętości własnej cząsteczek i sił wzajemnego oddziaływania sprawia, że właściwości termodynamiczne gazów rzeczywistych są bardzo złożone. Proste równania termiczne (określające wzajemne zależności pomiędzy termicznymi parametrami stanu gazu, którymi są: ciśnienie, temperatura, objętość właściwa) i kanoniczne (określające zależność energii wewnętrznej, entalpii, entropii od termicznych parametrów stanu) uzyskuje się dla wyidealizowanego gazu doskonałego i półdoskonałego.

**Gaz doskonały** jest to hipotetyczny gaz, którego cząstki nie przyciągają się wzajemnie. Są nieskończenie małe i sztywne (nie występują drżania wewnątrz cząsteczek).

**Gaz półdoskonały** różni się od doskonałego tym, że w jego cząsteczkach występują drżania. Atomy wchodzące w skład cząsteczek są więc powiązane ze sobą sprężystością.

**Gaz rzeczywisty** zachowuje się jak półdoskonały pod dostatecznie niskim ciśnieniem, w miarę bowiem rozrzedzania gazu zmniejszają się siły wzajemnego przyciągania i zmniejsza się wpływ własnej objętości cząsteczek.

Jeżeli temperatura gazu nie jest zbyt wysoka, to drżania atomów w cząsteczkach są niewielkie i gaz może być traktowany jak doskonały. Wpływ drgań rośnie w miarę komplikowania się budowy cząsteczek i w miarę podwyższania się temperatury. W cząsteczkach jednoatomowych (np. Ar, Ne, He) drżania nie występują. W gazach dwuatomowych (np. H<sub>2</sub>, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>, CO) wpływ drgań ujawnia się w temperaturach wynoszących kilkaset stopni Kelwina. Jeżeli cząsteczki gazu zawierają trzy lub więcej atomów (np. CO<sub>2</sub>, NH<sub>3</sub>, CH<sub>4</sub>), to zazwyczaj w temperaturze 0° C wpływ drgań jest duży.

Niemal wszystkie gazy występujące w technice cieplnej można traktować jako doskonałe i półdoskonałe. Wyjątek stanowią gazy pod wysokim ciśnieniem i pary, np. para wodna. Na właściwości wymienionych czynników wyraźnie wpływa objętość własna cząstek i ich wzajemne przyciąganie. Dlatego te czynniki należy traktować jako gaz rzeczywisty.

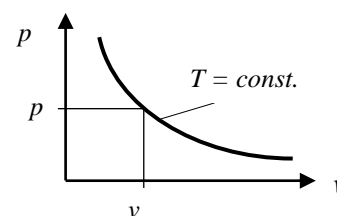
Prawa gazów doskonałych i półdoskonałych ustalono najpierw eksperymentalnie. Później te prawa wyprowadzono za pomocą teorii kinetyczno-molekularnej.

## 2.1. Cechy charakterystyczne gazów doskonałych

Gaz doskonały można zdefiniować jako gaz spełniający następujące prawa i zależności:

- równanie stanu Clapeyrona – stan fizyczny danego gazu daje się całkowicie określić za pomocą tylko trzech parametrów:

- objętości właściwej  $v$  [ $\text{m}^3/\text{kg}$ ],
- ciśnienia  $p$  [Pa],
- temperatury  $T$  [K],



- prawo Avogadra,

- stałość ciepła właściwego (pojemności cieplnej).

Z punktu widzenia kinetyczno-molekularnej teorii budowy materii gaz można traktować jako zbiorowisko jednakowych cząsteczek poruszających się ruchami bezładnymi w różnych kierunkach i zderzających się ze sobą oraz ze ściankami naczynia, w którym zamknięty jest gaz. Jeżeli przeanalizować zachowanie się gazu z uwzględnieniem jego budowy cząsteczkowej, to wymienione prawa i zależności będą spełnione jeśli:

- objętość wszystkich cząsteczek jest mała w porównaniu z całkowitą objętością zajmowaną przez gaz,
- między cząsteczkami nie zachodzi wzajemne oddziaływanie, tzn. nie ma sił międzycząsteczkowych - gaz doskonały jest zatem nielepki,
- obowiązuje zasada ekwipartycji energii, czyli energia rozkłada się równomiernie na wszystkie możliwe ruchy cząsteczki (ruch postępowy, ruch obrotowy, ruch drgający).

Z tej charakterystyki gazu doskonałego wynika, że istotnie każdy gaz rzeczywisty będzie zbliżał się swym zachowaniem do zachowania gazu doskonałego przy niskich ciśnieniach oraz niezbyt wysokich temperaturach. Jak wykazuje doświadczenie, dla takich bardzo ważnych w zastosowaniach technicznych gazów jak powietrze, dwutlenek węgla, gazy spalinowe, zakres ciśnienia do 2 – 3 MPa oraz temperatury do kilkuset stopni stanowi obszar, w którym z dobrym przybliżeniem mogą być stosowane zależności słuszne dla gazów doskonałych.

## 2.2. Prawa gazów doskonałych

**Prawo Gay-Lussaca:** Przy stałym ciśnieniu objętość właściwa zmienia się wraz z temperaturą według zależności:

$$v = v_0(1 + \beta \cdot t) \quad (2.2.1)$$

gdzie:  $v_0$  [ $\text{m}^3/\text{kg}$ ] – objętość właściwa gazu w temperaturze  $0^\circ\text{C}$ ,

$$\beta = \frac{1}{273} \left[ \frac{1}{K} \right] - \text{współczynnik ściśliwości gazu (ustalony eksperymentalnie),}$$

$t$  – temperatura gazu wyrażona w  $^\circ\text{C}$ .

Dla dwóch stanów, w których ciśnienia gazu są jednakowe, czyli  $p_1 = p_2$ , powyższa zależność jest następująca:

- stan 1:  $v_1 = v_0(1 + \beta \cdot t_1)$ ,
- stan 2:  $v_2 = v_0(1 + \beta \cdot t_2)$ .

Po podzieleniu obu równań stronami otrzymuje się:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{v_0(1 + \beta \cdot t_1)}{v_0(1 + \beta \cdot t_2)} = \frac{1 + \frac{1}{273} \cdot t_1}{1 + \frac{1}{273} \cdot t_2} = \frac{273 + t_1}{273 + t_2}$$

Wielkości  $t_1 + 273 = T_1$  oraz  $t_2 + 273 = T_2$  są temperaturami bezwzględnymi wyrażonymi w kelwinach. Ostatecznie więc, jeśli  $p_1 = p_2$ :

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (2.2.2)$$

**Prawo Charlesa:** Przy stałej objętości właściwej ciśnienie gazu zmienia się wraz z temperaturą według zależności:

$$p = p_0(1 + \beta \cdot t) \quad (2.2.3)$$

gdzie:  $p_0$  – ciśnienie gazu w temperaturze  $0^\circ\text{C}$ ,

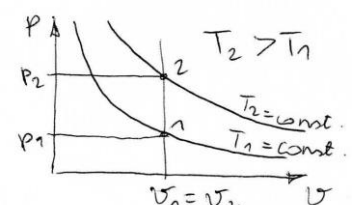
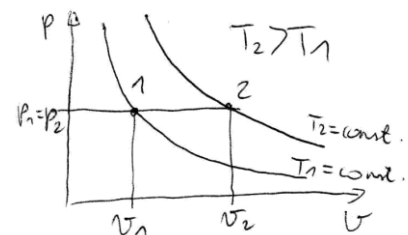
$$\beta = \frac{1}{273} \left[ \frac{1}{K} \right] - \text{współczynnik ściśliwości gazu (ustalony eksperymentalnie),}$$

$t$  – temperatura gazu wyrażona w  $^\circ\text{C}$ .

Dla dwóch stanów, w których objętości właściwe gazu są jednakowe, czyli  $v_1 = v_2$ , powyższa zależność jest następująca:

- stan 1:  $p_1 = p_0(1 + \beta \cdot t_1)$
- stan 2:  $p_2 = p_0(1 + \beta \cdot t_2)$

Po podzieleniu obu równań stronami otrzymuje się:



$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{p_0(1 + \beta \cdot t_1)}{p_0(1 + \beta \cdot t_2)} = \frac{1 + \frac{1}{273} \cdot t_1}{1 + \frac{1}{273} \cdot t_2} = \frac{273 + t_1}{273 + t_2}$$

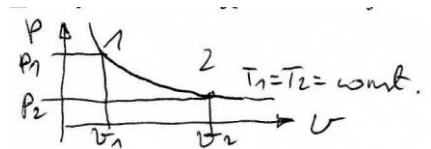
Wielkości  $t_1 + 273 = T_1$  oraz  $t_2 + 273 = T_2$  są temperaturami bezwzględnymi wyrażonymi w kelwinach. Ostatecznie więc, jeśli  $v_1 = v_2$ :

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{T_1}{T_2} \quad (2.2.4)$$

**Prawo Boyle'a i Mariotta:** Przy stałej temperaturze iloczyn ciśnienia i objętości właściwej jest wielkością stałą.

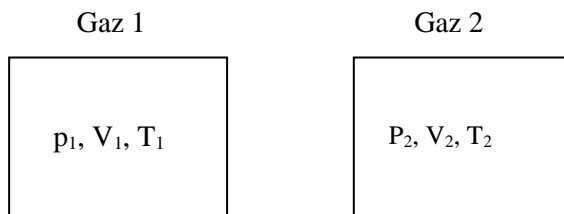
$$p \cdot v = \text{const.}$$

Dla dwóch stanów, w których temperatury gazu są jednakowe, czyli  $T_1 = T_2$ , powyższa zależność jest następująca:



$$p_1 \cdot v_1 = p_2 \cdot v_2 \quad (2.2.5)$$

**Prawo Avogadra:** Jeśli ciśnienie i temperatura gazów są **jednakowe**, to w jednakowych objętościach znajduje się taka sama ilość cząsteczek dowolnego gazu doskonałego.



Jeśli: ciśnienie  $p_1 = p_2$ ,

temperatura  $T_1 = T_2$ ,

objętość  $V_1 = V_2$ ,

to: ilość cząsteczek  $N_1 = N_2$ .

Skoro liczby cząsteczek obu gazów są sobie równe  $N_1 = N_2$ , to liczby kilomoli też są sobie równe  $n_1 = n_2$ , a zatem:

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{n_1}{n_2}$$

Skąd

$$\frac{V_1}{n_1} = \frac{V_2}{n_2} = \dots = \text{const.} = v_\mu \quad (2.2.6)$$

gdzie:  $v_\mu \left[ \frac{m^3}{kmol} \right]$  - kilomolowa objętość właściwa (objętość 1 kilomola gazu)

Kilomolowa objętość właściwa dowolnego gazu doskonałego zależy jedynie od temperatury i ciśnienia, nie zależy natomiast od rodzaju gazu.

Uwzględniając w równaniu (2.2.6)

$$V = M \cdot v = n \cdot M_{\mu} \cdot v$$

$$\frac{V_1}{n_1} = M_{\mu 1} \cdot v_1 \quad \frac{V_2}{n_2} = M_{\mu 2} \cdot v_2$$

gdzie:  $M$  [kg] – masa gazu,  $v$  [m<sup>3</sup>/kg] – objętość właściwa,  $M_{\mu}$  [kg/kmol]-masa kilomolowa otrzymuje się:

$$M_{\mu 1} \cdot v_1 = M_{\mu 2} \cdot v_2 = v_{\mu}$$

Iloczyn masy kilomolowej (cząsteczkowej względnej) przez objętość właściwą jest dla dowolnego gazu doskonałego wielkością stałą, zależną tylko od temperatury i ciśnienia.

$$v_{\mu} = M_{\mu} \cdot v \left[ \frac{m^3}{kmol} \right] = const. \quad \text{dla danych wartości } p \text{ i } T \quad (2.2.7)$$

W **normalnych warunkach fizycznych** ( $p_N = 101325 \text{ Pa}$ ,  $T_N = 273 \text{ K}$ ) kilomolowa objętość właściwa dowolnego gazu doskonałego wynosi:

$$v_{\mu N} = 22,4 \frac{m^3}{kmol}$$

### 2.3. Równanie stanu gazów doskonałych (równanie Clapeyrona)

Stan cieplny czynnika termodynamicznego (gazu) określają *termiczne parametry stanu*: ciśnienie, temperatura i objętość właściwa. Spośród termicznych parametrów stanu tylko dwa mogą zmieniać się niezależnie od siebie, trzeci jest jednoznacznie określony przez dwa pozostałe. Równanie określające relacje pomiędzy parametrami stanu czynnika termodynamicznego nazywa się *termicznym równaniem stanu*. Równania określające zależność energii wewnętrznej, entalpii, entropii od termicznych parametrów stanu są nazywane *kalorycznymi równaniami stanu*.

Do wyprowadzenia równania Clapeyrona i wielkości charakteryzujących gaz doskonały wykorzystuje się równania opisujące w teorii kinetyczno-molekularnej zależność ciśnienia i temperatury od prędkości liniowej cząsteczki.

**Ciśnienie** jest następstwem uderzeń cząsteczek o ściany naczynia. Przy zastosowaniu do ruchu cząsteczek praw mechaniki można otrzymać zależność pomiędzy ciśnieniem gazu doskonałego (półdoskonałego) a prędkością liniową cząsteczek:

$$p = \frac{1}{3} N \cdot m_d \cdot w^2 = \frac{1}{3} \rho \cdot w^2 = \frac{1}{3} v^{-1} \cdot w^2 \quad (2.3.1)$$

gdzie:  $N$  – stężenie cząstek (liczba cząstek zawartych w jednostce objętości gazu),  $m_d$  – masa cząsteczki,  $w$  – średnia kwadratowa prędkość cząsteczki (kwadrat tej prędkości jest średnią

arytmetyczną kwadratów prędkości poszczególnych cząsteczek),  $\rho$  – gęstość masy gazu,  $v$  – objętość właściwa gazu.

**Temperatura** jest parametrem stanu określającym zdolność do przekazywania ciepła. Temperatura  $t_1$  ciała pierwszego jest wyższa od temperatury  $t_2$  ciała drugiego, jeżeli po ich zetknięciu ciało pierwsze przekazuje ciepło do ciała drugiego. Jeżeli pomiędzy dwoma stykającymi się ciałami odizolowanymi od otoczenia nie występuje przepływ ciepła, to ciała te znajdują się między sobą w *równowadze termicznej* (mają tę samą temperaturę).

*Jeżeli spośród trzech układów A, B, C znajdujących się w stanie wewnętrznej równowagi termodynamicznej każdy z układów A i B jest w równowadze termicznej z układem C, to układy A i B są ze sobą w równowadze termicznej (mają tę samą temperaturę).* Przytoczone prawo zostało sformułowane przez Maxwella i jest nazywane **zerową zasadą termodynamiki**.

Aby znaleźć związek pomiędzy energią kinetyczną ruchu postępowego cząstek a temperaturą przy stałym ciśnieniu, można posłużyć się prawem Gay-Lussaca, które mówi, że *przy stałym ciśnieniu objętość właściwa zmienia się wraz z temperaturą według zależności:*

$$v = v_0 \cdot (1 + \beta \cdot t) \quad (2.3.2)$$

gdzie:  $v_0$  – objętość właściwa gazu w temperaturze  $0^\circ \text{C}$ ,  $\beta$  – termiczny współczynnik rozszerzalności termicznej gazu,  $t$  – temperatura gazu wyrażona w  $^\circ\text{C}$ .

Wartość współczynnika  $\beta$  gazów doskonałych ustalono eksperymentalnie, ekstrapolując do ciśnienia  $p = 0$  wyniki doświadczeń przeprowadzonych na rozrzedzonych gazach rzeczywistych:

$$\beta = 0,003661 \frac{1}{\text{K}} = \frac{1}{273,15 \text{ K}} \quad (2.3.3)$$

Stąd:

$$v = v_0 \frac{273,15 + t}{273,15} = v_0 \frac{T}{273,15} \quad (2.3.4)$$

Temperatura  $T$  została nazwana temperatura bezwzględna:  $T = 273,15 + t$

Energia kinetyczna ruchu postępowego cząsteczki wynosi:  $E_{kd} = \frac{w^2 \cdot m_d}{2}$

Prędkość cząsteczki  $w$  można wyznaczyć podstawiając zależność (2.3.4) do przekształconego równania (2.3.1):

$$w^2 = 3 \cdot p \cdot v = \frac{3 \cdot p \cdot v_0 \cdot T}{273,15}$$

Energia kinetyczna ruchu postępowego cząstki wynosi zatem:

$$E_{kd} = \frac{w^2 \cdot m_d}{2} = \frac{3}{2} \frac{p \cdot v_0 \cdot m_d}{273,15} T = \frac{3}{2} \cdot k \cdot T \quad (2.3.5)$$

Przy stałym ciśnieniu energia kinetyczna ruchu postępowego cząstek zmienia się więc liniowo z temperaturą. Wniosek ten można uogólnić za pomocą teorii molekularnej, z której wynika, że przepływ ciepła pomiędzy dwoma gazami trwa do chwili, gdy średnie energie kinetyczne ruchu postępowego cząstek tych gazów zrównają się:

$$\frac{w_1^2 \cdot m_{d1}}{2} = \frac{w_2^2 \cdot m_{d2}}{2} \quad \text{gdy } T_1 = T_2$$

W tej samej temperaturze średnia energia kinetyczna ruchu postępowego cząsteczki gazu nie zależy od ciśnienia i rodzaju gazu. Stąd dochodzi się do wniosku, że średnia energia kinetyczna ruchu postępowego cząsteczek gazu jest wprost proporcjonalna do temperatury bezwzględnej i że współczynnik  $k$  w równaniu (2.3.5) jest stałą uniwersalną - nazywa się ją *stałą Boltzmanną*:

$$k = 1,38053 \cdot 10^{-26} \text{ kJ/K.}$$

Z równań (2.3.1) i (2.3.5) wynika:

$$p \cdot v = \frac{1}{3} \cdot w^2 = \frac{k}{m_d} T$$

$$p \cdot v = \frac{k}{m_d} T \quad (2.3.6)$$

lub:

$$p \cdot v = R \cdot T \quad (2.3.7)$$

gdzie:

$$R = \frac{k}{m_d} = \text{const.}$$

nazywa się *indywidualną stałą gazową*. Równanie (2.3.7) zwane również *równaniem Clapeyrona* wyraża termiczne równanie stanu gazów doskonałych i półdoskonałych. Nosi też nazwę *równania stanu gazu*.

Po pomnożeniu obydwu stron równania (2.3.6) przez masę kilomolową  $M_\mu$  otrzymuje się:

$$p \cdot v \cdot M_\mu = \frac{k}{m_d} \cdot T \cdot M_\mu = k \cdot \frac{M_\mu}{m_d} \cdot T$$

W tym równaniu:

$$\nu \cdot M_{\mu} = \nu_{\mu} \quad \text{kilomolowa objętość właściwa [m}^3/\text{kmol]},$$

$$\frac{M_{\mu}}{m_d} \quad \text{liczba Avogadra,}$$

A zatem (po uwzględnieniu jednostek):

$$k \cdot \frac{M_{\mu}}{m_d} = 1,38053 \cdot 10^{-26} \cdot 6,02283 \cdot 10^{26} = 8314,7 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} = \bar{R} \quad (2.3.8)$$

$$\bar{R} = 8314,7 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}} \quad \text{- uniwersalna stała gazowa}$$

czyli:

$$p \cdot \nu_{\mu} = \bar{R} \cdot T \quad (2.3.9)$$

Zapisując równanie (2.3.8) następująco :

$$\bar{R} = k \cdot \frac{M_{\mu}}{m_d} = \frac{k}{m_d} \cdot M_{\mu} = R \cdot M_{\mu},$$

uzyskuje się inny, najczęściej wykorzystywany, zapis indywidualnej stałej gazowej:

$$R = \frac{\bar{R}}{M_{\mu}} \left[ \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \right] \quad (2.3.10)$$

### Inne postaci równania Clapeyrona

Po pomnożeniu przez masę  $M$  obydwu stron równania Clapeyrona w postaci:

$$p \cdot \nu = R \cdot T$$

otrzymuje się:

$$p \cdot \nu \cdot M = M \cdot R \cdot T$$

czyli:

$$p \cdot V = M \cdot R \cdot T \quad (2.3.11)$$

Po podstawieniu do powyższego równania:

$$M = n \cdot M_{\mu} \quad \text{oraz} \quad R = \frac{\bar{R}}{M_{\mu}},$$

otrzymuje się:



$$p \cdot V = n \cdot M_{\mu} \cdot \frac{\bar{R}}{M_{\mu}} \cdot T = n \cdot \bar{R} \cdot T,$$

a zatem:

$$p \cdot V = n \cdot \bar{R} \cdot T \quad (2.3.12)$$

Podstawiając do równania Clapeyrona w postaci:

$$p \cdot \nu = R \cdot T$$

następującą zależność:

$$\nu = \frac{1}{\rho},$$

gdzie:  $\rho$  [kg/m<sup>3</sup>] – gęstość

$$\rho = \frac{M}{V} \left[ \frac{kg}{m^3} \right]$$

otrzymuje się:

$$p = \rho \cdot R \cdot T \quad (2.3.13)$$

**Obliczenie kilomolowej objętości właściwej w normalnych warunkach fizycznych:**

$$p \cdot \nu_{\mu} = \bar{R} \cdot T$$

stąd:

$$\nu_{\mu N} = \frac{\bar{R} \cdot T_N}{p_N} = \frac{8315 \frac{J}{kmol \cdot K} \cdot 273K}{101325 Pa} = 22,4 \frac{m^3}{kmol}$$

**Przykład:**

Dwutlenek węgla CO<sub>2</sub> w ilości 66 kg znajduje się pod ciśnieniem bezwzględnym 0,5 MPa w temperaturze 57°C. Wyznaczyć objętość zajmowaną przez gaz, ilość kilomoli oraz objętość właściwą i gęstość po uprzednim obliczeniu kilomolowej objętości właściwej.

Rozwiązanie:

a. Objętość można wyznaczyć z równania stanu w postaci (2.3.11)

$$p \cdot V = M \cdot R \cdot T$$

Indywidualna stała gazowa CO<sub>2</sub>, wynosi (2.3.10):

$$R = \frac{\bar{R}}{M_\mu} = \frac{8315 \frac{J}{\text{kmol} \cdot K}}{44 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 189 \frac{J}{\text{kg} \cdot K}$$

gdzie:  $M_\mu = 12 + 32 = 44 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$  – masa kilomolowa  $\text{CO}_2$ :

$$V = \frac{M \cdot R \cdot T}{p} = \frac{66 \text{ kg} \cdot 189 \frac{J}{\text{kg} \cdot K} \cdot 330 \text{ K}}{0,5 \cdot 10^6 \text{ Pa}} = 8,24 \text{ m}^3$$

b. Ilość kilomoli

$$n = \frac{M}{M_\mu} = \frac{66 \text{ kg}}{44 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 1,5 \text{ kmol}$$

c. Kilomolowa objętość właściwa z równania (2.3.9):

$$p \cdot v_\mu = \bar{R} \cdot T$$

$$v_\mu = \frac{\bar{R} \cdot T}{p} = \frac{8315 \frac{J}{\text{kmol} \cdot K} \cdot 330 \text{ K}}{0,5 \cdot 10^6 \text{ MPa}} = 5,5 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}$$

d. Objętość właściwa z zależności (2.2.6):

$$v = \frac{v_\mu}{M_\mu} = \frac{5,5 \frac{\text{m}^3}{\text{kmol}}}{44 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 0,125 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}$$

e. Gęstość

$$\rho = \frac{1}{v} = \frac{1}{0,125 \frac{\text{m}^3}{\text{kg}}} = 8 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

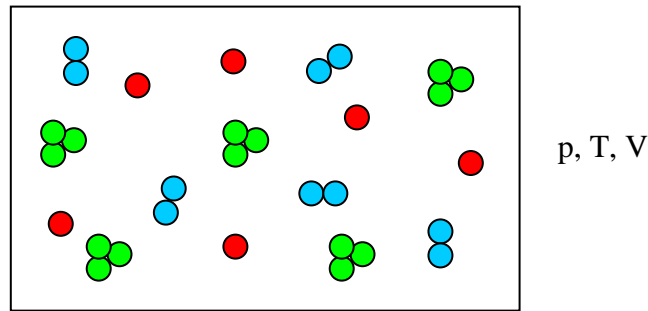
## 2.4. Mieszanki gazów doskonałych

W technice często spotyka się mieszanki (roztwory) gazów, czego przykładem jest powietrze zawierające wiele gazów jednorodnych. Innym, bardzo typowym rodzajem mieszanki gazów, są spaliny otrzymane po spalaniu paliwa.

Gazy mają tę charakterystyczną właściwość, że mieszają się zawsze ze sobą w dowolnych proporcjach wskutek dyfuzji, przy czym po dostatecznie długim czasie ustala się stan równowagi, w którym skład mieszanki jest jednorodny w całej masie gazu.

Roztwór gazów doskonałych można traktować jako jednorodny gaz doskonały, jeśli do równań stanu wprowadzi się **zastępczą stałą gazową  $R_m$**  oraz określi **zastępczą masę molową  $M_{\mu m}$**  i **zastępczą pojemność cieplną**.

### 2.4.1. Skład mieszaniny



**Rys. 2.4.1.** Przykład mieszaniny gazów

W zbiorniku (rys. 2.4.1) znajduje się mieszanina (roztwór) kilku gazów doskonałych (np. 1-atomowy gaz A (czerwony) -, 2-atomowy gaz B (niebieski), 3-atomowy gaz C (zielony). Objętość zbiornika wynosi  $V$  [m<sup>3</sup>], ciśnienie gazu w zbiorniku wynosi  $p$  [Pa], a temperatura  $T$  [K]. Masa mieszaniny wynosi  $M_m$  [kg].

Masa mieszaniny  $M_m$  jest sumą mas tworzących ją gazów, a więc:

$$M_m = M_A + M_B + M_C$$

Ilość cząstek gazu w mieszaninie jest sumą cząstek tworzących ją gazów, a zatem liczba kilomoli mieszaniny  $n_m$  będzie również sumą liczb kilomoli tworzących ją gazów:

$$n_m = n_A + n_B + n_C$$

**Skład mieszaniny** określa się za pomocą udziałów masowych (kilogramowych, gramowych), kilomolowych (molowych) lub objętościowych.

**Udział masowy  $g_i$**  - jest to stosunek masy danego składnika mieszaniny do masy mieszaniny.

$$g_i = \frac{M_i}{M_m} \quad \sum_i g_i = 1 \quad (2.4.1)$$

gdzie:  $M_i$  – masa danego składnika mieszaniny ( $i = A, B, C, \dots$ ),  $M_m$  – masa mieszaniny (roztworu).

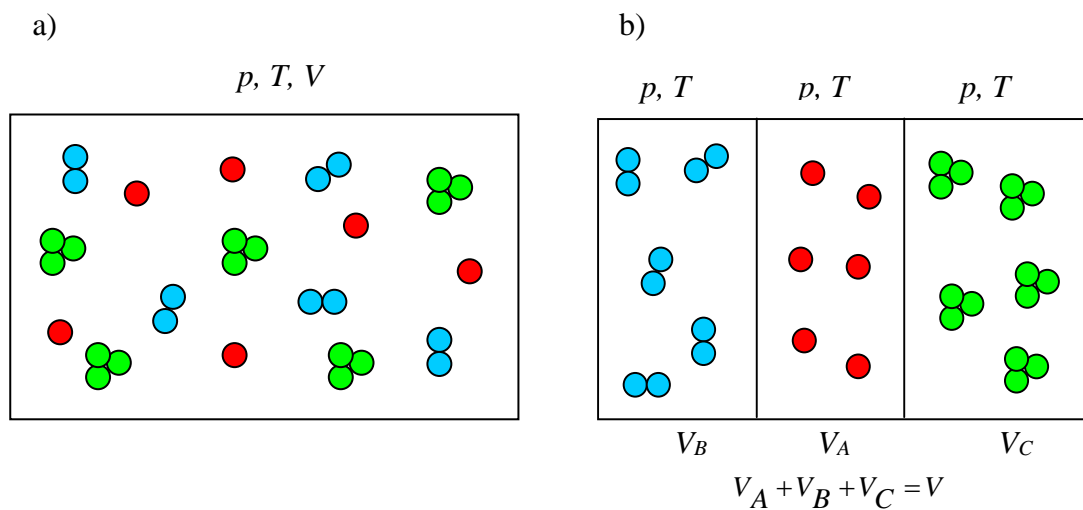
**Udział molowy  $z_i$**  - jest to stosunek liczby kilomoli danego składnika do liczby kilomoli mieszaniny.

$$z_i = \frac{n_i}{n_m} \quad \sum_i z_i = 1 \quad (2.4.2)$$

gdzie:  $n_i$  – liczba kilomoli danego składnika mieszaniny,  $n_m$  – liczba kilomoli mieszaniny.

**Udział objętościowy**

Wyobraźmy sobie, że cząsteczki gazów tworzących roztwór (rys.2.4.2a.), zostały w zbiorniku rozdzielone tak, że każdy gaz zajmuje pewną objętość zbiornika, ale ciśnienie i temperatura każdego gazu są takie same jak ciśnienie i temperatura roztworu (rys. 2.4.2b). W zbiorniku panuje nadal ciśnienie  $p$  i temperatura  $T$ , zbiornik nadal ma objętość  $V$ . Masa gazów w zbiorniku nadal wynosi  $M_m$ . Każdy gaz tworzący roztwór zajmuje pewną część zbiornika o objętości  $V_i$ , w której również panuje ciśnienie  $p$  i temperatura  $T$ .



**Rys. 2.4.2.** Mieszanina gazów – a), gazy rozdzielone - b)

Można zatem napisać:

$$V = V_A + V_B + V_C + \dots$$

Stosunek objętości każdego składnika do objętości roztworu jest nazywany **udziałem objętościowym**.

$$r_i = \frac{V_i}{V} \quad \sum_i r_i = 1 \quad (2.4.3)$$

Powyższa zależność tylko wtedy jest prawdziwa, gdy zarówno objętości  $V_i$  jak i objętość  $V$  są wyznaczone przy tym samym ciśnieniu i w tej samej temperaturze.

Dla podkreślenia ważności tego warunku stosuje się często następujący zapis udziału objętościowego:

$$r_i = \left( \frac{V_i}{V} \right)_{p,T}$$

W przypadku gazów doskonałych udział objętościowy jest identyczny z udziałem kilomolowym (molowym):

$$\mathbf{r}_i = \frac{V_i}{V} = \frac{n_i \cdot \mathcal{U}_{\mu i}}{n \cdot \mathcal{U}_{\mu m}} = \frac{n_i}{n} = \mathbf{z}_i \quad (2.4.4)$$

$\mathcal{U}_{\mu i} = \mathcal{U}_{\mu m}$  - objętości kilomolowe gazów doskonałych w tej samej temperaturze i przy tym samym ciśnieniu są jednakowe (wynika z prawa Avogadra).

### 2.4.2. Parametry mieszaniny

*Masa mieszaniny:*

$$M_m = M_A + M_B + M_C + \dots$$

*Liczba kilomoli mieszaniny:*

$$n_m = n_A + n_B + n_C + \dots$$

*Objętość mieszaniny:*

$$V = V_A + V_B + V_C + \dots \text{ - pod warunkiem, że wszystkie objętości}$$

**są wyznaczone przy tym samym ciśnieniu i przy tej samej temperaturze (rys. 2.4.2).**

*Indywidualna stała gazowa mieszaniny:*

Napiszemy równania stanu gazu dla każdego gazu zajmującego osobną objętość (rys. 2.4.2.b):

$$\left. \begin{array}{l} \text{gaz A: } p \cdot V_A = M_A \cdot R_A \cdot T = n_A \cdot \bar{R} \cdot T \\ \text{gaz B: } p \cdot V_B = M_B \cdot R_B \cdot T = n_B \cdot \bar{R} \cdot T \\ \text{gaz C: } p \cdot V_C = M_C \cdot R_C \cdot T = n_C \cdot \bar{R} \cdot T \end{array} \right\} \quad (2.4.5)$$

Dodajemy pierwszą i drugą kolumnę wszystkich równań:

$$p \cdot (V_A + V_B + V_C) = (M_A \cdot R_A + M_B \cdot R_B + M_C \cdot R_C) \cdot T$$

Uwzględniając w powyższym równaniu:

$$g_i = \frac{M_i}{M_m} \quad \rightarrow \quad M_i = g_i \cdot M_m \quad \text{oraz } V = V_A + V_B + V_C + \dots$$

otrzymamy:

$$p \cdot V = M_m \cdot (g_A \cdot R_A + g_B \cdot R_B + g_C \cdot R_C) \cdot T = M_m \cdot R_m \cdot T$$

gdzie:

$$\mathbf{R}_m = \mathbf{g}_A \cdot \mathbf{R}_A + \mathbf{g}_B \cdot \mathbf{R}_B + \mathbf{g}_C \cdot \mathbf{R}_C \quad (2.4.6)$$

$\mathbf{R}_m$  - indywidualna stała gazowa mieszaniny (można ją również wyznaczyć z zależności (2.4.13),

Równanie stanu mieszaniny można zatem zapisać następująco:

$$p \cdot V = M_m \cdot R_m \cdot T \quad (2.4.7)$$

Dodając pierwszą i trzecią kolumnę równań (2.4.5) otrzymamy:

$$p \cdot (V_A + V_B + V_C) = (n_A + n_B + n_C) \cdot \bar{R} \cdot T$$

gdzie:  $V = V_A + V_B + V_C + \dots$  - objętość mieszaniny,

$n_m = n_A + n_B + n_C + \dots$  - liczba kilomoli mieszaniny,

a zatem równanie stanu mieszaniny można zapisać również następująco:

$$p \cdot V = n_m \cdot \bar{R} \cdot T \quad (2.4.8)$$

lub

$$p \cdot v_{\mu m} = \bar{R} \cdot T \quad (2.4.9)$$

Zapis równania stanu gazu dla mieszaniny w postaci (2.4.7), (2.4.8) i (2.4.9) niczym nie różni się od zapisu równania stanu gazu dla pojedynczego gazu. Różni je sposób wyznaczania indywidualnej stałej gazowej, masy, objętości i liczby kilomoli.

*Objętość właściwa mieszaniny:*

$$\begin{aligned} v_m &= \frac{V}{M_m} = \frac{V_A + V_B + V_C}{M_m} = \frac{v_A \cdot M_A + v_B \cdot M_B + v_C \cdot M_C}{M_m} = \\ &= v_A \cdot \frac{M_A}{M_m} + v_B \cdot \frac{M_B}{M_m} + v_C \cdot \frac{M_C}{M_m} = v_A \cdot g_A + v_B \cdot g_B + v_C \cdot g_C \\ \mathbf{v}_m &= \mathbf{v}_A \cdot \mathbf{g}_A + \mathbf{v}_B \cdot \mathbf{g}_B + \mathbf{v}_C \cdot \mathbf{g}_C \end{aligned} \quad (2.4.10)$$

*Gęstość mieszaniny:*

$$\begin{aligned} \rho_m &= \frac{M_m}{V} = \frac{M_A + M_B + M_C}{V} = \frac{\rho_A \cdot V_A + \rho_B \cdot V_B + \rho_C \cdot V_C}{V} = \\ &= \rho_A \cdot \frac{V_A}{V} + \rho_B \cdot \frac{V_B}{V} + \rho_C \cdot \frac{V_C}{V} = \rho_A \cdot r_A + \rho_B \cdot r_B + \rho_C \cdot r_C \\ \mathbf{\rho}_m &= \mathbf{\rho}_A \cdot \mathbf{r}_A + \mathbf{\rho}_B \cdot \mathbf{r}_B + \mathbf{\rho}_C \cdot \mathbf{r}_C \end{aligned} \quad (2.4.11)$$

Masa kilomolowa mieszaniny:

$$\begin{aligned}
 M_{\mu m} &= \frac{M_m}{n_m} = \frac{M_A + M_B + M_C}{n_m} = \frac{n_A \cdot M_{\mu A} + n_B \cdot M_{\mu B} + n_C \cdot M_{\mu C}}{M_m} = \\
 &= M_{\mu A} \cdot \frac{n_A}{n_m} + M_{\mu B} \cdot \frac{n_B}{n_m} + M_{\mu C} \cdot \frac{n_C}{n_m} = M_{\mu A} \cdot r_A + M_{\mu B} \cdot r_B + M_{\mu C} \cdot r_C \\
 \mathbf{M}_{\mu m} &= \mathbf{M}_{\mu A} \cdot \mathbf{r}_A + \mathbf{M}_{\mu B} \cdot \mathbf{r}_B + \mathbf{M}_{\mu C} \cdot \mathbf{r}_C \quad (2.4.12)
 \end{aligned}$$

Znając masę kilomolową mieszaniny można indywidualną stałą gazową wyznaczyć również z zależności:

$$\mathbf{R}_m = \frac{\bar{\mathbf{R}}}{\mathbf{M}_{\mu m}} \quad (2.4.13)$$

Masę kilomolową mieszaniny można również wyznaczyć znając liczbę cząsteczek poszczególnych gazów i ich masy (przykład 2 a) albo liczby kilomoli gazów i ich masy kilomolowe (przykład 2 b).

### Przykład 1

Skład mieszaniny jest następujący:  $2 \cdot 10^{26}$  cząsteczek CO,  $0,5 \cdot 10^{26}$  cząsteczek CO<sub>2</sub>,  $1,5 \cdot 10^{26}$  cząsteczek O<sub>2</sub>.

Masa cząsteczki CO wynosi:  $m_{dCO} = 1,66 \cdot 10^{-24} \cdot 28 = 46,48 \cdot 10^{-24}$  g

Masa cząsteczki CO<sub>2</sub> wynosi:  $m_{dCO_2} = 1,66 \cdot 10^{-24} \cdot 44 = 73,04 \cdot 10^{-24}$  g

Masa cząsteczki O<sub>2</sub> wynosi:  $m_{dO_2} = 1,66 \cdot 10^{-24} \cdot 32 = 53,12 \cdot 10^{-24}$  g

A zatem : masa CO wynosi:  $M_{CO} = 46,48 \cdot 10^{-24} \cdot 2 \cdot 10^{26} = 9,28$  kg

masa CO<sub>2</sub> wynosi:  $M_{CO_2} = 73,04 \cdot 10^{-24} \cdot 0,5 \cdot 10^{26} = 3,65$  kg

masa O<sub>2</sub> wynosi:  $M_{O_2} = 53,12 \cdot 10^{-24} \cdot 1,5 \cdot 10^{26} = 7,96$  kg

Masa mieszaniny:  $M_m = M_{CO} + M_{CO_2} + M_{O_2} = 20,89$  kg

Ilość cząsteczek w mieszaninie:  $2 \cdot 10^{26} + 0,5 \cdot 10^{26} + 1,5 \cdot 10^{26} = 4 \cdot 10^{26}$

Ilość kilomoli mieszaniny:  $n_m = \frac{4 \cdot 10^{26}}{6,023 \cdot 10^{26}} = 0,664$  kmol

Jeśli masa 0,664 kmola mieszaniny wynosi 20,89 kg, to masa jednego kilomola tej mieszaniny, czyli jej masa kilomolowa wynosi:

$$M_{\mu m} = \frac{20,89 \text{ kg}}{0,664 \text{ kmol}} = 31,46 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}$$

**Przykład 2**

a) Skład mieszaniny jest następujący: 1 kmol He, 1 kmol H<sub>2</sub>, 1 kmol CO<sub>2</sub>. Masy kilomolowe tych gazów wynoszą odpowiednio:  $M_{\mu\text{He}} = 4 \text{ kg/kmol}$ ,  $M_{\mu\text{H}_2} = 2 \text{ kg/kmol}$ ,  $M_{\mu\text{CO}_2} = 44 \text{ kg/kmol}$ , a ich masy wynoszą:  $M_{\text{He}} = 4 \text{ kg}$ ,  $M_{\text{H}_2} = 2 \text{ kg}$ ,  $M_{\text{CO}_2} = 44 \text{ kg}$ .

Liczba kilomoli mieszaniny wynosi zatem  $n_m = 3 \text{ kmol}$ , a masa mieszaniny  $M_m = 50 \text{ kg}$ . Masa kilomolowa mieszaniny wynosi:

$$M_{\mu m} = \frac{M_m}{n_m} = \frac{50 \text{ kg}}{3 \text{ kmol}} = 16,66 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}.$$

Te same gazy mogą tworzyć mieszaninę o zupełnie innej masie kilomolowej – zależy to od ilości każdego gazu w mieszaninie, czyli od składu mieszaniny.

b) Niech mieszaninę tworzą te same gazy, tylko w innych ilościach: 1,2 kmol He, 1,3 kmol H<sub>2</sub>, 0,5 kmol CO<sub>2</sub>. Ich masy wynoszą:  $M_{\text{He}} = 4,8 \text{ kg}$ ,  $M_{\text{H}_2} = 2,6 \text{ kg}$ ,  $M_{\text{CO}_2} = 22 \text{ kg}$ .

Liczba kilomoli mieszaniny wynosi zatem  $n_m = 3 \text{ kmol}$ , a masa mieszaniny  $M_m = 29,4 \text{ kg}$ . Masa kilomolowa mieszaniny wynosi:

$$M_{\mu m} = \frac{M_m}{n_m} = \frac{29,4 \text{ kg}}{3 \text{ kmol}} = 9,8 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}.$$

A zatem, jak potwierdza powyższy przykład:

**masa kilomolowa mieszaniny zależy od składu mieszaniny, a więc od ilości każdego z tworzących ją gazów, a nie tylko od ich rodzaju.**

*Inny sposób wyznaczenia masy kilomolowej mieszaniny:*

Korzystając z zależności pomiędzy udziałami, można masę kilomolową wyznaczyć następująco:

$$r_A + r_B + r_C = 1$$

podstawiając (2.4.17):

$$r_i = g_i \cdot \frac{M_{\mu m}}{M_{\mu i}}$$

otrzymuje się:

$$g_A \cdot \frac{M_{\mu m}}{M_{\mu A}} + g_B \cdot \frac{M_{\mu m}}{M_{\mu B}} + g_C \cdot \frac{M_{\mu m}}{M_{\mu C}} = 1$$

$$M_{\mu m} \cdot \left( \frac{g_A}{M_{\mu A}} + \frac{g_B}{M_{\mu B}} + \frac{g_C}{M_{\mu C}} \right) = 1$$



$$M_{\mu m} = \frac{1}{\frac{g_A}{M_{\mu A}} + \frac{g_B}{M_{\mu B}} + \frac{g_C}{M_{\mu C}}} = \frac{1}{\sum_i \frac{g_i}{M_{\mu i}}} \quad (2.4.15)$$

#### Zależności pomiędzy udziałami

Wystarczy określić tylko zależności pomiędzy udziałami masowymi a kilomolowymi, jako że **udziały kilomolowe i objętościowe są sobie równe** (2.4.4).

$$g_i = \frac{M_i}{M_m} = \frac{n_i \cdot M_{\mu i}}{n \cdot M_{\mu m}} = r_i \cdot \frac{M_{\mu i}}{M_{\mu m}}$$

Podstawiając do powyższego równania:

$$R_i = \frac{\bar{R}}{M_{\mu i}} \quad \rightarrow \quad M_{\mu i} = \frac{\bar{R}}{R_i}$$

$$R = \frac{\bar{R}}{M_{\mu m}} \quad \rightarrow \quad M_{\mu m} = \frac{\bar{R}}{R}$$

otrzymuje się:

$$g_i = r_i \cdot \frac{M_{\mu i}}{M_{\mu m}} = r_i \cdot \frac{R}{R_i} \quad (2.4.16)$$

albo:

$$r_i = g_i \cdot \frac{M_{\mu m}}{M_{\mu i}} = g_i \cdot \frac{R_i}{R} \quad (2.4.17)$$

#### 2.4.3. Prawo Daltona

Każdy z gazów tworzących mieszaninę można traktować tak, jakby sam zajmował całą objętość mieszaniny **przy takiej samej temperaturze jak temperatura mieszaniny**, a ciśnienie jakie wtedy wywierałby jest ciśnieniem udziałowym  $p_i$ . Suma ciśnień udziałowych jest równa ciśnieniu mieszaniny  $p$ .

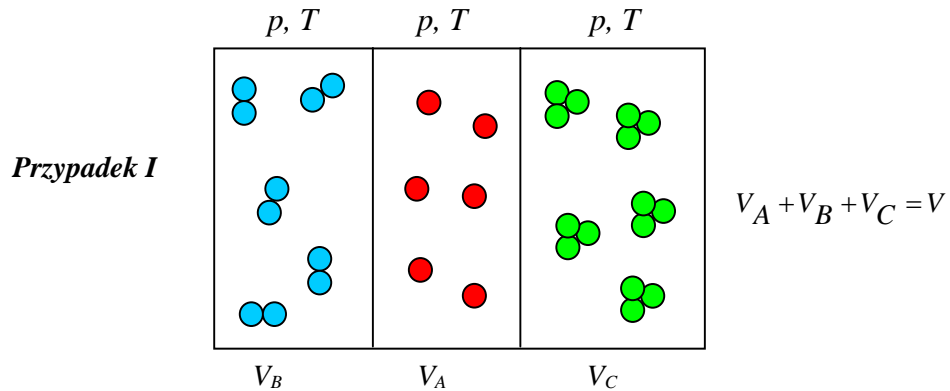
$$p = p_A + p_B + p_C + \dots = \sum_i p_i \quad (2.4.18)$$

Zależność na ciśnienie udziałowe można otrzymać przeprowadzając następujące rozumowanie: Niech mieszaninę tworzą gazy A, B i C. Mieszanina znajduje się w zbiorniku

o objętości  $V$ . W zbiorniku panuje ciśnienie  $p$  i temperatura  $T$  (rys. 2.4.2a): Rozważmy dwa przypadki:

-przypadek I:

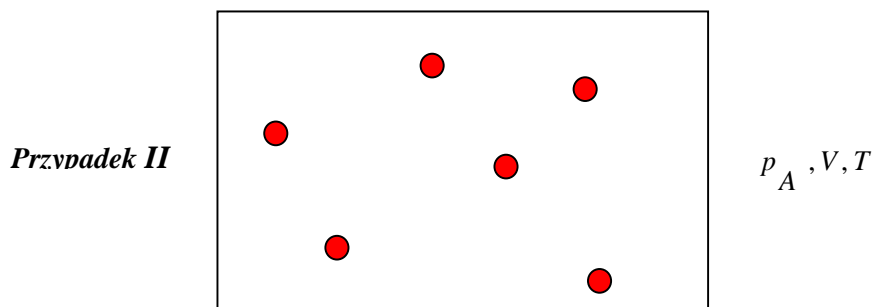
Wyobraźmy sobie, że każdy gaz zajmuje w tym zbiorniku osobną część, którą oznaczmy  $V_A$ ,  $V_B$ ,  $V_C$  i że w każdej części panuje ciśnienie  $p$  i temperatura  $T$  (rys. 2.4.2.b.).



**Rys. 2.4.3.** Układ zawierający kilka gazów przed zmieszaniem

- przypadek II:

Teraz wyobraźmy sobie, że ze zbiornika został usunięty gaz B i C. Całą objętość zbiornika zajmuje teraz gaz A, a zatem gaz A zajmuje objętość  $V$ , jego temperatura wynosi nadal  $T$ , jego masa nie uległa zmianie, a zatem musi ulec zmianie ciśnienie, które teraz wynosi  $p_A$ . Ciśnienie  $p_A$  jest nazywane **ciśnieniem udziałowym**.



**Rys. 2.4.4.** Układ zawierający tylko gaz A

Napiszemy równanie stanu gazu A dla obydwu przypadków:

$$\text{przypadek I:} \quad p \cdot V_A = M_A \cdot R_A \cdot T$$

$$\text{przypadek II:} \quad p_A \cdot V = M_A \cdot R_A \cdot T$$

Równanie dla przypadku II jest nazywane **udziałowym równaniem stanu gazu**.

Po podzieleniu obydwu równań stronami, otrzymamy:

$$\frac{p}{p_A} = \frac{V}{V_A}$$

Wiedząc, że:

$$\frac{V_A}{V} = r_A$$

otrzymamy:

$$\frac{p_A}{p} = \frac{V_A}{V} = r_A$$

skąd wyznaczmy ciśnienie udziałowe gazu A:

$$p_A = p \cdot r_A$$

Powtarzając ten sam tok postępowania dla gazów B i C otrzymamy zależności:

$$p_B = p \cdot r_B$$

$$p_C = p \cdot r_C$$

Ogólny zapis ciśnienia udziałowego jest zatem następujący:

$$\mathbf{p_i = p \cdot r_i} \quad (2.4.19)$$

Suma ciśnień udziałowych wynosi:

$$p_A + p_B + p_C = p \cdot r_A + p \cdot r_B + p \cdot r_C = p \cdot (r_A + r_B + r_C) = p$$

A zatem:

$$\sum_i \mathbf{p_i} = \mathbf{p}$$

Zależność na ciśnienie udziałowe gazu można również wyznaczyć bezpośrednio z równania udziałowego stanu gazu, czyli z równania dla przypadku II, w następującej postaci:

- gaz A:  $p_A \cdot V = n_A \cdot \bar{R} \cdot T$

$$p_A = \frac{n_A \cdot \bar{R} \cdot T}{V} = z_A \cdot \frac{n_m \cdot \bar{R} \cdot T}{V} = z_A \cdot p$$

- gaz B:  $p_B \cdot V = n_B \cdot \bar{R} \cdot T$

$$p_B = \frac{n_B \cdot \bar{R} \cdot T}{V} = z_B \cdot \frac{n_m \cdot \bar{R} \cdot T}{V} = z_B \cdot p$$

- gaz C:  $p_C \cdot V = n_C \cdot \bar{R} \cdot T$

$$p_C = \frac{n_C \cdot \bar{R} \cdot T}{V} = z_C \cdot \frac{n_m \cdot \bar{R} \cdot T}{V} = z_C \cdot p$$

Suma ciśnień udziałowych wynosi:

$$p_A + p_B + p_C = p \cdot z_A + p \cdot z_B + p \cdot z_C = p \cdot (z_A + z_B + z_C) = p$$

### Przykład

Mieszanka gazów powstała ze zmieszania 10 m<sup>3</sup> azotu N<sub>2</sub> i 10 kg dwutlenku węgla CO<sub>2</sub> ma parametry: ciśnienie p = 0,1 MPa, temperatura T = 300 K. Wyznaczyć:

- udziały masowe,
- udziały objętościowe,
- masę kilomolową,
- stałą gazową,
- objętość mieszaniny,
- ciśnienia udziałowe składników.

Rozwiązanie

a) Udziały masowe:  $g_{N_2} = \frac{M_{n_2}}{M}$ ,  $g_{CO_2} = \frac{M_{CO_2}}{M}$

$$M_{N_2} = \frac{p_N \cdot V_N}{R_{N_2} \cdot T_N} = \frac{101325 \text{ Pa} \cdot 10 \text{ m}^3}{297 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 273 \text{ K}} = 12,5 \text{ kg}$$

$$R_{N_2} = \frac{\bar{R}}{M_{\mu N_2}} = \frac{8315 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}}{28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 297 \frac{\text{J}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$$

Masę azotu można też obliczyć następująco :

jeśli 1 kmol azotu zajmuje w normalnych warunkach fizycznych objętość 22,4 m<sup>3</sup> a jego masa

wynosi 28 kg, to masa azotu zawarta w 10 m<sup>3</sup> wynosi  $M_{N_2} = 28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}} \cdot \frac{10 \text{ m}^3}{22,4 \text{ m}^3} = 12,5 \text{ kg}$

$$M_m = M_{n_2} + M_{CO_2} = 12,5 \text{ kg} + 10 \text{ kg} = 22,5 \text{ kg}$$

$$g_{N_2} = \frac{M_{n_2}}{M_m} = \frac{12,5 \text{ kg}}{22,5 \text{ kg}} = 0,555 \quad g_{CO_2} = \frac{M_{CO_2}}{M_m} = \frac{10 \text{ kg}}{22,5 \text{ kg}} = 0,445$$

b) Udziały objętościowe (2.4.17)

$$r_{N_2} = g_{N_2} \cdot \frac{M_{\mu m}}{M_{\mu N_2}} = 0,555 \cdot \frac{33,4 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}}{28 \frac{\text{kg}}{\text{kmol}}} = 0,662$$

$$r_{CO_2} = g_{CO_2} \cdot \frac{M_{\mu m}}{M_{\mu CO_2}} = 0,445 \cdot \frac{33,4 \frac{kg}{kmol}}{44 \frac{kg}{kmol}} = 0,338$$

c) Masa molowa mieszaniny (2.4.15)

$$M_{\mu m} = \frac{1}{\frac{g_{N_2}}{M_{\mu N_2}} + \frac{g_{CO_2}}{M_{\mu CO_2}}} = \frac{1}{\frac{0,555}{28 \frac{kg}{kmol}} + \frac{0,445}{44 \frac{kg}{kmol}}} = 33,4 \frac{kg}{kmol}$$

d) Stała gazowa (2.4.14)

$$R_m = \frac{\bar{R}}{M_{\mu m}} = \frac{8315 \frac{J}{kmol \cdot K}}{33,4 \frac{kg}{kmol}} = 249 \frac{J}{kg \cdot K}$$

e) Objętość mieszaniny

$$V = \frac{M_m \cdot R_m \cdot T}{p} = \frac{22,5 kg \cdot 249 \frac{J}{kg \cdot K} \cdot 300K}{0,1 \cdot 10^6 Pa} = 16,8 m^3$$

f) Ciśnienia udziałowe składników (2.4.19)

$$p_{N_2} = p \cdot r_{N_2} = 0,1 MPa \cdot 0,662 = 0,0662 MPa$$

$$p_{CO_2} = p \cdot r_{CO_2} = 0,1 MPa \cdot 0,338 = 0,0338 MPa$$