

# XXVII Konkurs im. dra inż. Marka Poncyliusza na najlepszą pracę dyplomową obronioną na Wydziale Samochodów i Maszyn Roboczych Modelowanie adaptacyjnego dynamicznego eliminatora drgań wykorzystującego zjawisko transportu cieczy

Praca dyplomowa inżynierska  
Autor: inż. Szymon Kozłowski  
Promotor: dr inż. Bogumił Chiliński

## WPROWADZENIE

Celem pracy było opracowanie i przedstawienie koncepcji dynamicznego eliminatora drgań wykorzystującego zjawisko transportu cieczy. Koncepcja bazowała na potencjalnym projekcie rzeczywistej konstrukcji składającej się z basenu pożarniczego i podwieszono do niego zbiornika lub zestawu zbiorników. Zamyślony rzeczywisty obiekt stanowił bazę do opracowania modelu fizycznego o dwóch stopniach swobody, który poddano wymuszeniu harmonicznemu. Wymuszenie odwzorowywało działanie siły wiatru na konstrukcje lądowe. Sposób tłumienia drgań polegał na zmianie parametrów głównej części układu przez przetransportowanie cieczy z basenu pożarniczego do dolnego zbiornika. Aktywacja przepływu odbywała się po wykryciu szybkiej propagacji drgań spowodowanej zjawiskiem rezonansu.

## METODYKA I ZAŁOŻENIA

Koncepcja dynamicznego eliminatora drgań opierała się na zamodelowaniu obiektu rzeczywistego w postaci modelu dynamicznego o dwóch stopniach swobody. Składał się on z wózka wymuszanego siłą zmienną w czasie, do którego przymocowano wahadło fizyczne. Ponadto wózek został przymocowany do ściany za pomocą sprężyny. Założono, że w początkowej fazie cała ciecz znajduje się wewnątrz wózka. Aktywacja tłumienia odbywała się przez inicjację przelewania cieczy do wahadła fizycznego. W celu prowadzenia symulacji zdecydowano się na uproszczenie modelu przez zastosowanie wahadła matematycznego, a transport cieczy był odwzorowany funkcją przepływu. Symulacje zostały przeprowadzone w autorskim środowisku obliczeniowym, przygotowanym w języku programowania Python.

## ZALEŻNOŚCI MATEMATYCZNE OPISUJĄCE MODEL

Przedstawiony układ dynamiczny został opisany za pomocą równań ruchu, które uzyskano przez zastosowanie mechaniki analitycznej, a konkretnie równań Lagrange'a II rodzaju. Przepływ cieczy był realizowany za pomocą odpowiednio dopasowanej funkcji arcus tangens. Zdecydowano się na użycie tych metod ze względu na prostotę obliczeń oraz szybkość symulacji.

$$kx + (m_T + m_{ef})\ddot{x} + \left(\frac{m_p}{2} + \frac{m_{pf}}{2}\right)(-2\sin(\varphi)\dot{\varphi}^2 + 2\cos(\varphi)\ddot{\varphi} + 2\ddot{x}) - F\sin(\Omega t) = 0$$

$$g(m_p + m_{pf})\sin(\varphi) - 2l\left(\frac{m_p}{2} + \frac{m_{pf}}{2}\right)(\sin(\varphi)\dot{\varphi}^2 - \cos(\varphi)\ddot{\varphi} - \ddot{x})\cos(\varphi) + 2l^2\left(\frac{m_p}{2} + m_{pf}\right)\sin^2(\varphi)\dot{\varphi} + 2l^2\left(\frac{m_p}{2} + \frac{m_{pf}}{2}\right)\sin(\varphi)\cos(\varphi)\dot{\varphi}^2 = 0$$

$$kx + (m_p + m_{pf} + m_t + m_{ef})\ddot{x} - F\sin(\Omega t) + l(m_p + m_{pf})\ddot{\varphi} = 0$$

$$l(m_p + m_{pf})\ddot{\varphi} + l^2(m_p + m_{pf})\dot{\varphi} + g(m_p + m_{pf})\varphi = 0$$

$$x = \frac{F(\Omega^2 - g)\sin(\Omega t)}{-\Omega^4 m_t - \Omega^4 m_{ef} + \Omega^2 g m_p + \Omega^2 g m_{pf} + \Omega^2 g m_t + \Omega^2 g m_{ef} + \Omega^2 kl - gk}$$

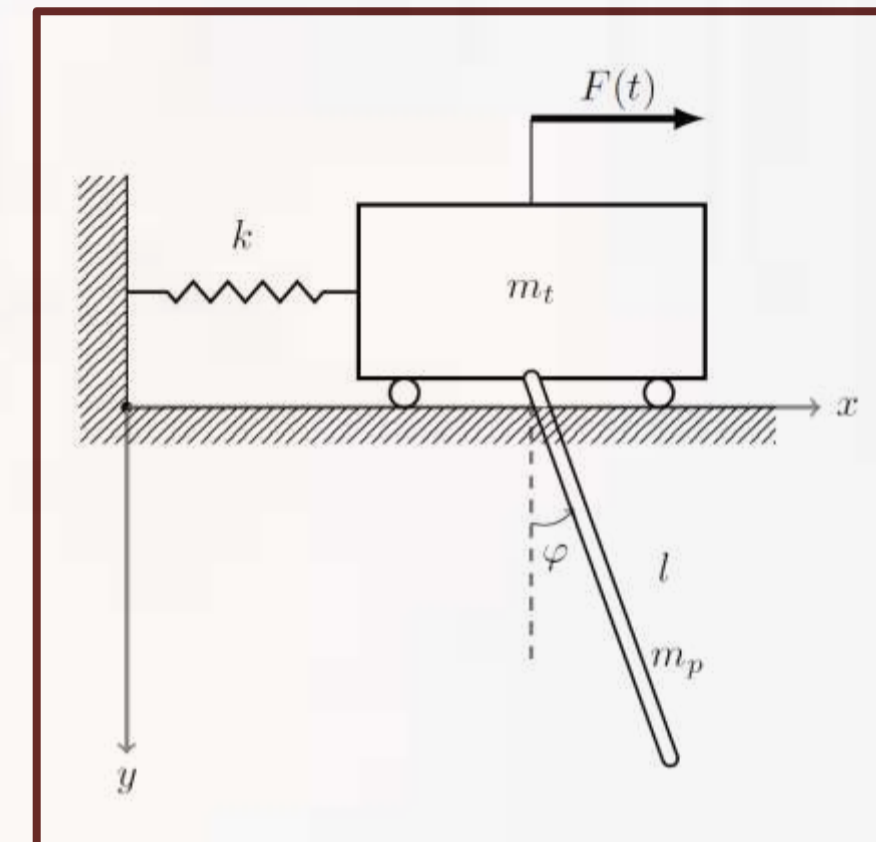
$$\varphi = \frac{F\Omega^2 \sin(\Omega t)}{\Omega^4 m_t + \Omega^4 m_{ef} - \Omega^2 g m_p - \Omega^2 g m_{pf} - \Omega^2 g m_t - \Omega^2 g m_{ef} - \Omega^2 kl + gk}$$

$$\omega_{01} = \sqrt{\frac{g m_t + \frac{9 g m_{ef}}{8} + kl}{2l(m_t + m_{ef})} + \frac{\sqrt{g^2 m_t^2 + \frac{9 g^2 m_{ef} m_t}{4} + \frac{81 g^2 m_{ef}^2}{64} - 2 g k l m_t - \frac{7 g k l m_{ef}}{4} + k^2 l^2}}{2l(m_t + m_{ef})}}$$

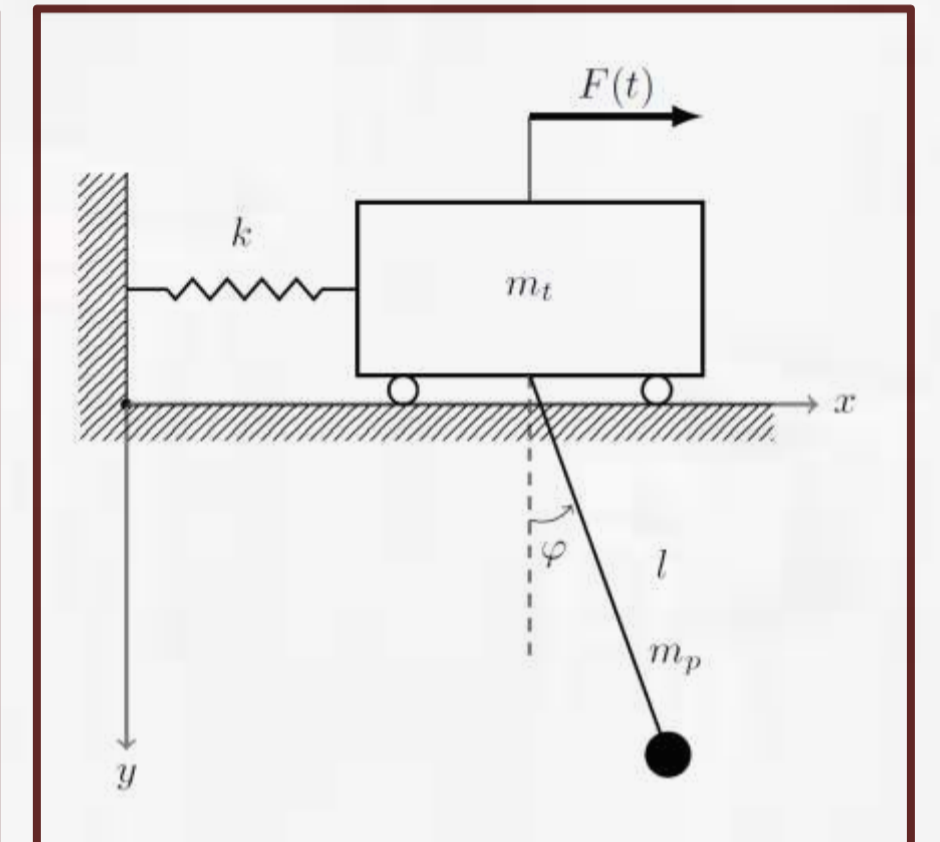
$$\omega_{02} = \sqrt{\frac{g m_t + \frac{9 g m_{ef}}{8} + kl}{2l(m_t + m_{ef})} + \frac{\sqrt{g^2 m_t^2 + \frac{9 g^2 m_{ef} m_t}{4} + \frac{81 g^2 m_{ef}^2}{64} - 2 g k l m_t - \frac{7 g k l m_{ef}}{4} + k^2 l^2}}{2l(m_t + m_{ef})}}$$

gdzie:

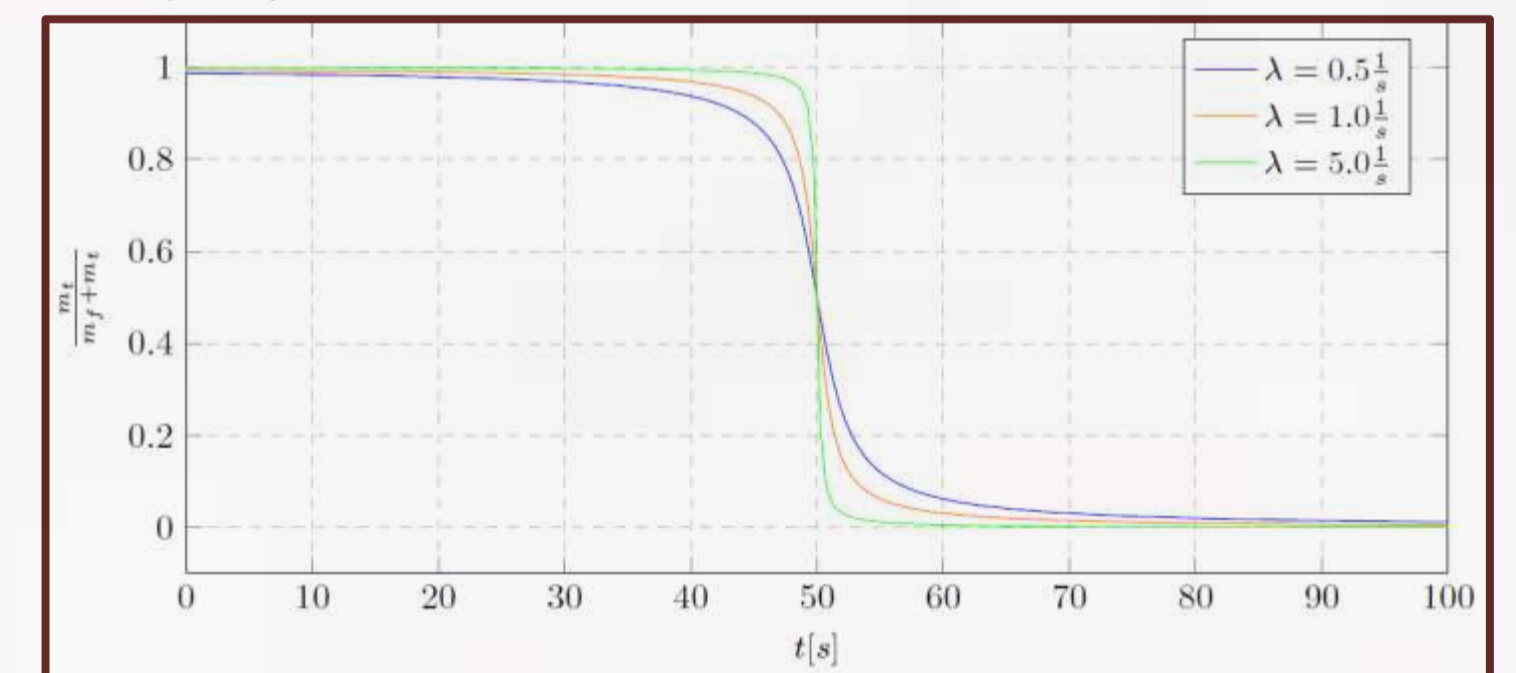
$x$  – przemieszczenie wózka  
 $\dot{x}$  – prędkość wózka  
 $\ddot{x}$  – przyspieszenie wózka  
 $\varphi$  – kąt wychylenia wahadła  
 $\dot{\varphi}$  – prędkość kątowa wahadła  
 $\ddot{\varphi}$  – przyspieszenie kątowe wahadła  
 $m_t$  – masa wózka  
 $m_{pf}$  – masa wahadła  
 $m_r$  – masa cieczy  
 $m_{rt}$  – masa cieczy wypływającej z wózka  
 $m_{rp}$  – masa cieczy wpływającej do wahadła  
 $k$  – sztywność sprężyny mocującej  
 $l$  – długość wahadła  
 $g$  – przyspieszenie ziemskie  
 $t$  – czas  
 $F$  – siła wymuszenia  
 $\Omega$  – częstotliwość wymuszenia



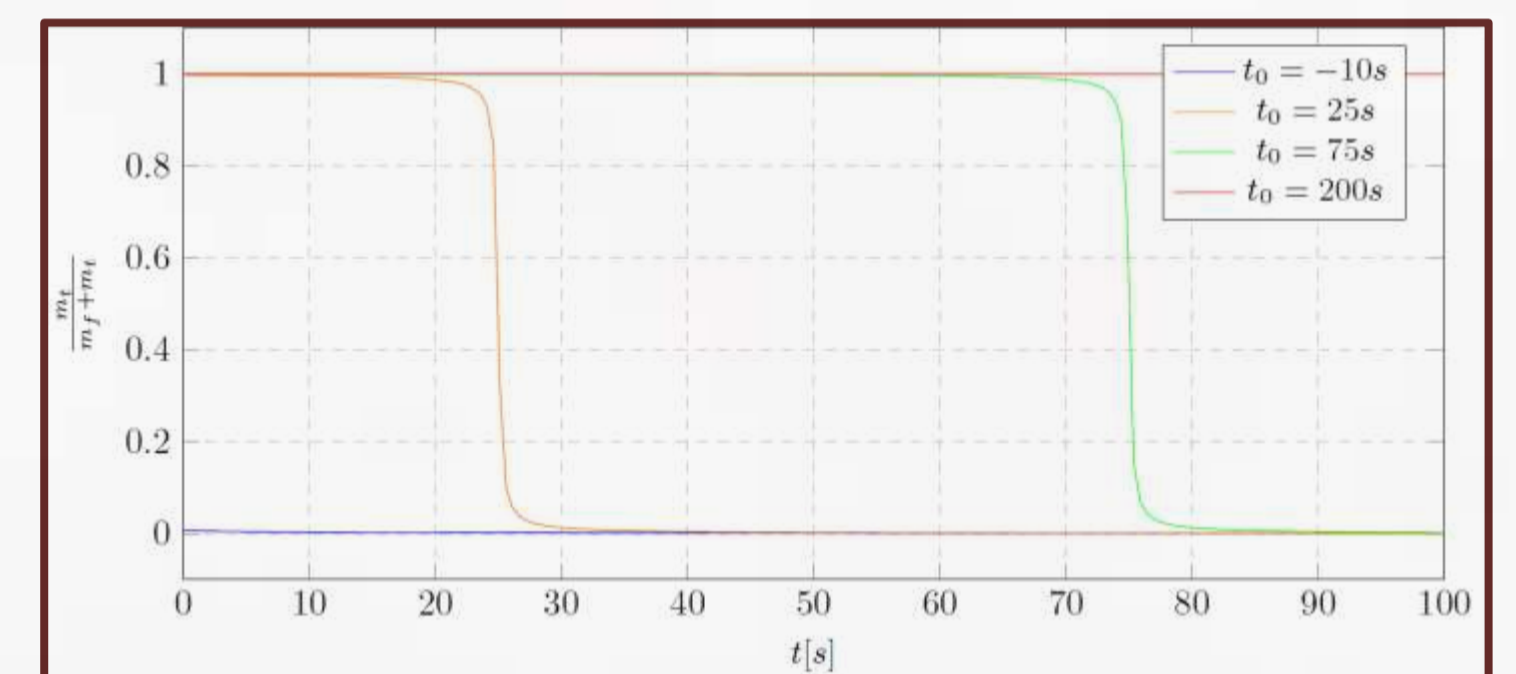
Rys. 1 Rysunek poglądowy badanego układu fizycznego



Rys. 2 Rysunek poglądowy układu dynamicznego

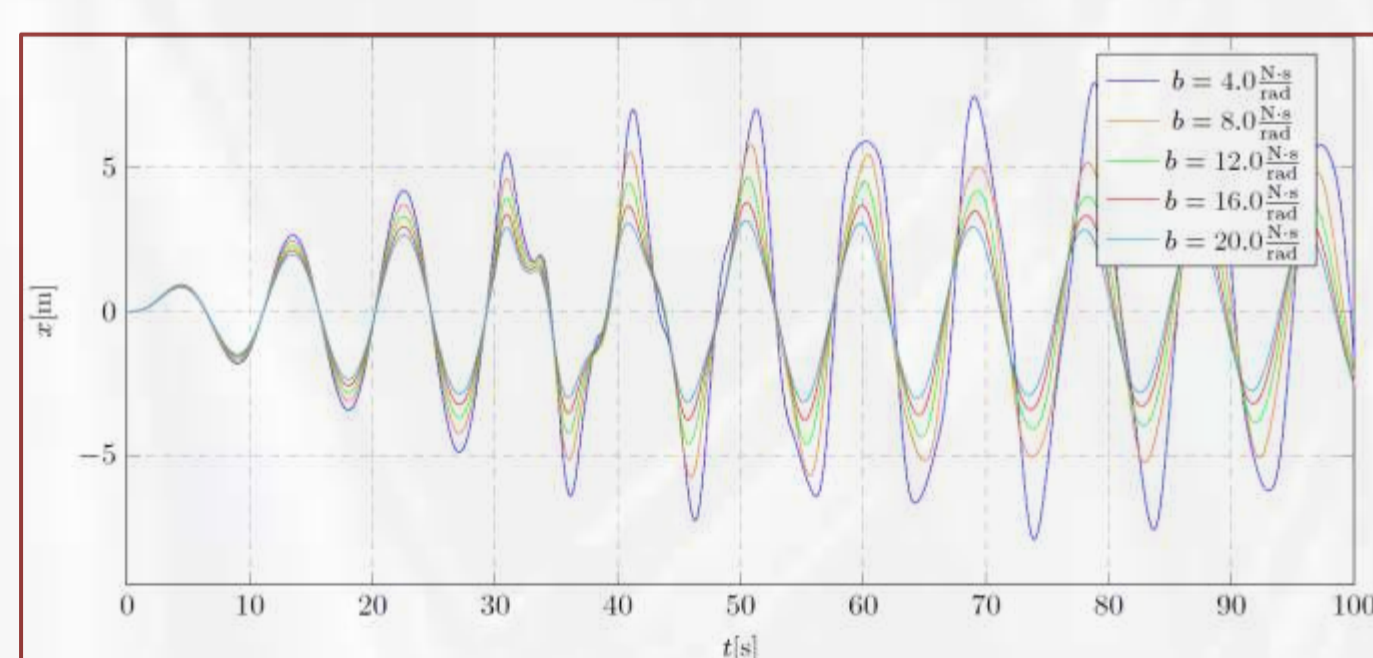


Rys. 3 Wykres funkcji przepływu

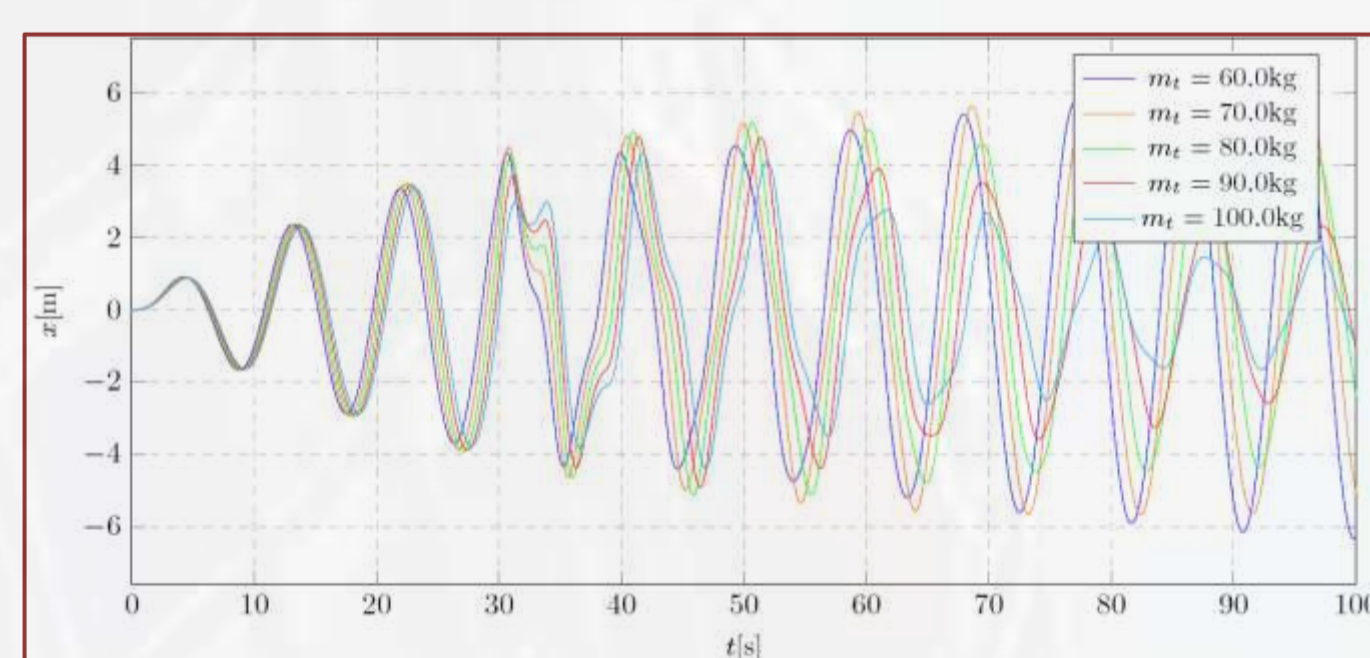


Rys. 4 Wykres funkcji przepływu dla różnych czasów aktywacji

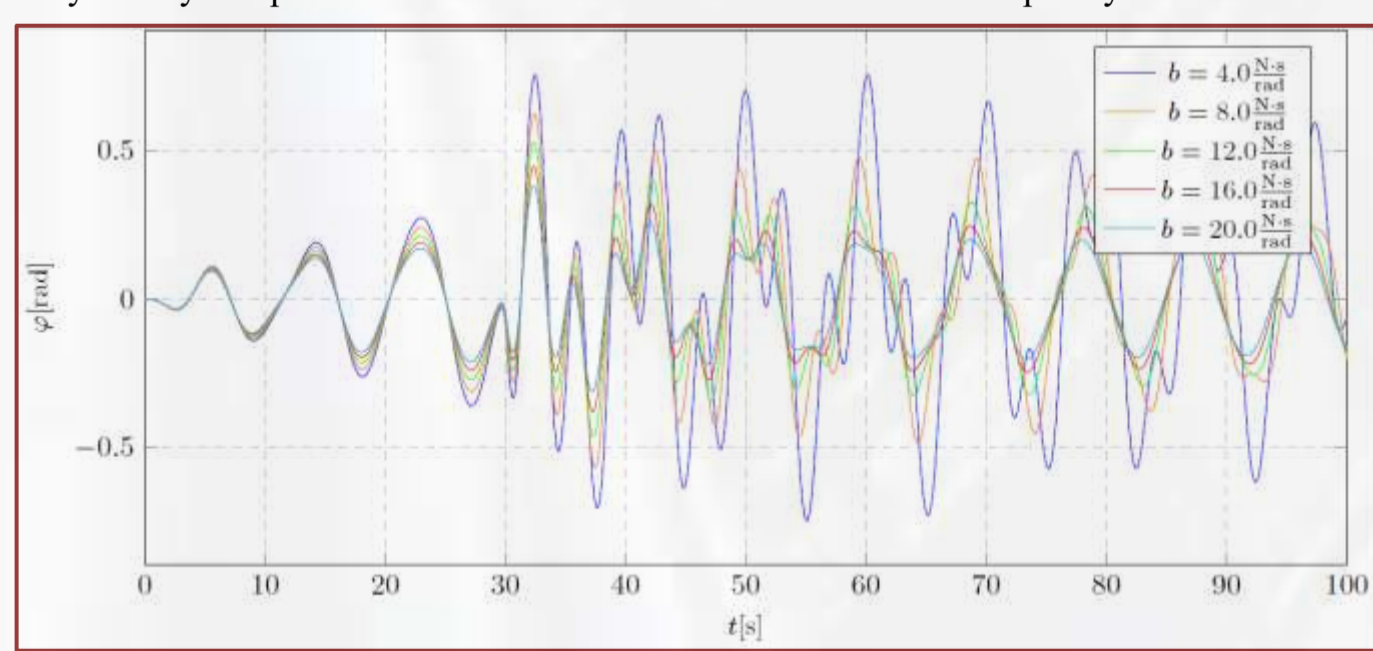
## WYNIKI SYMULACJI



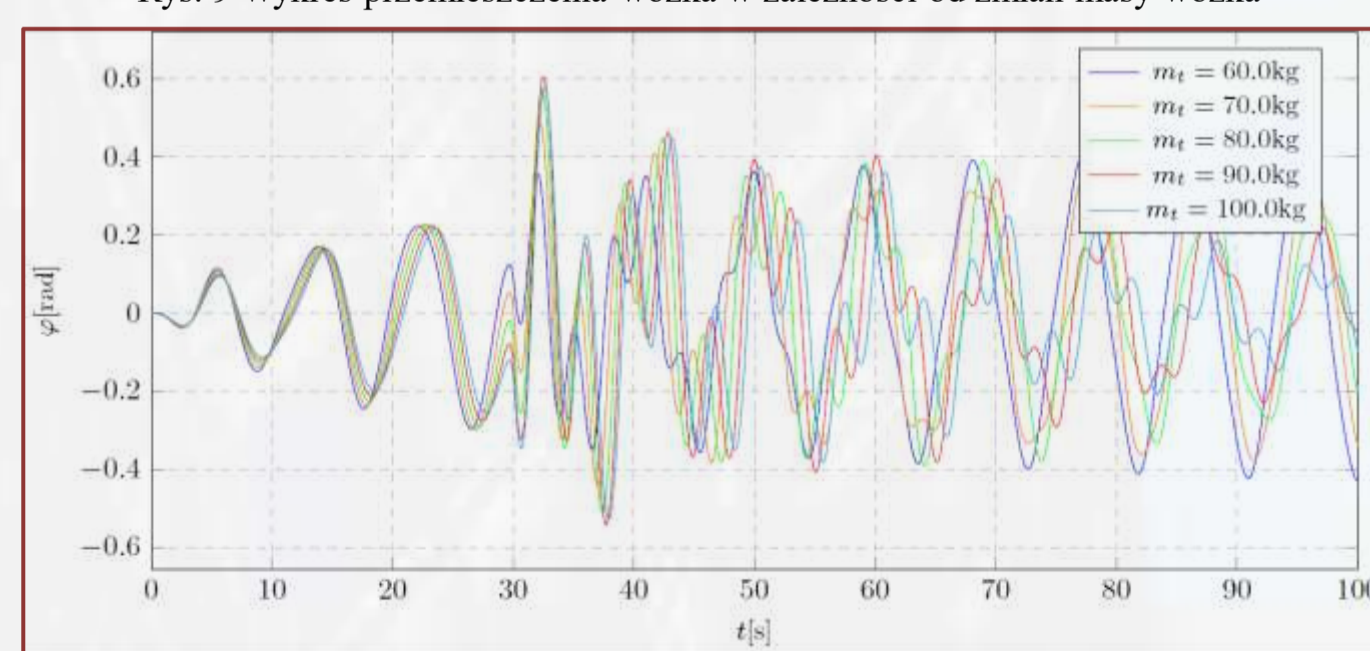
Rys. 5 Wykres przemieszczenia wózka w zależności od zmian współczynnika tłumienia



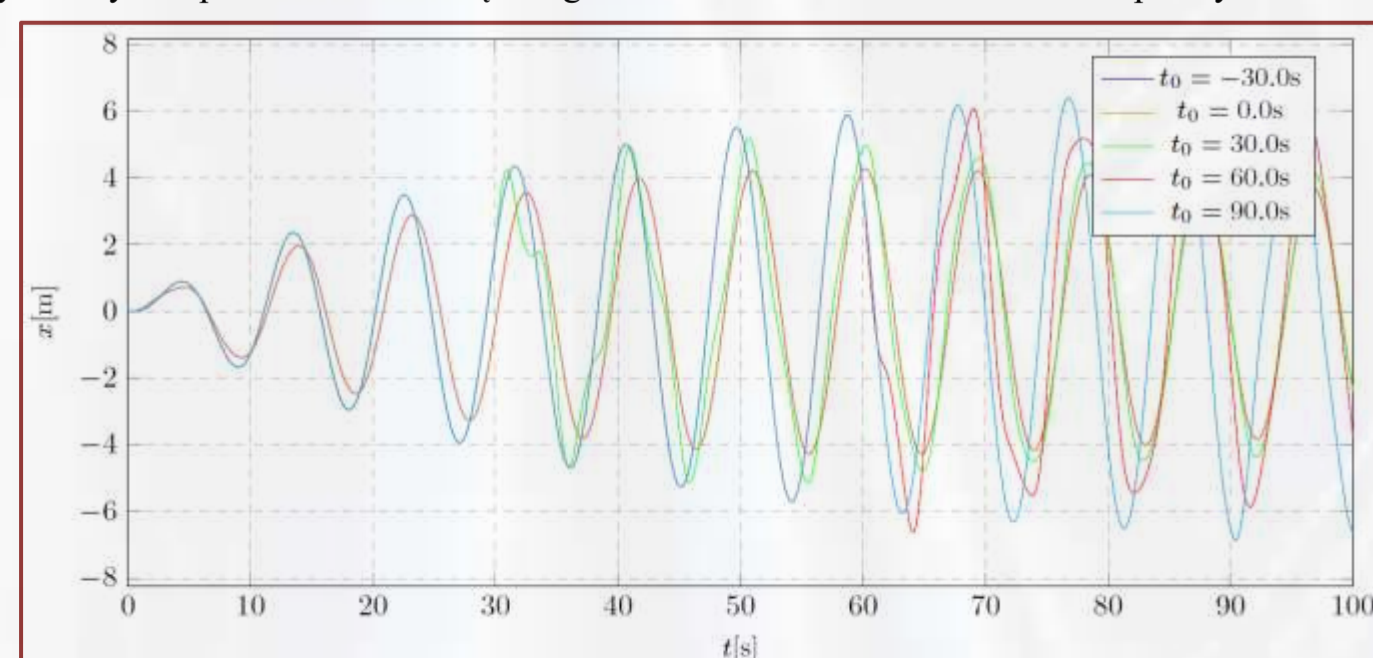
Rys. 9 Wykres przemieszczenia wózka w zależności od zmian masy wózka



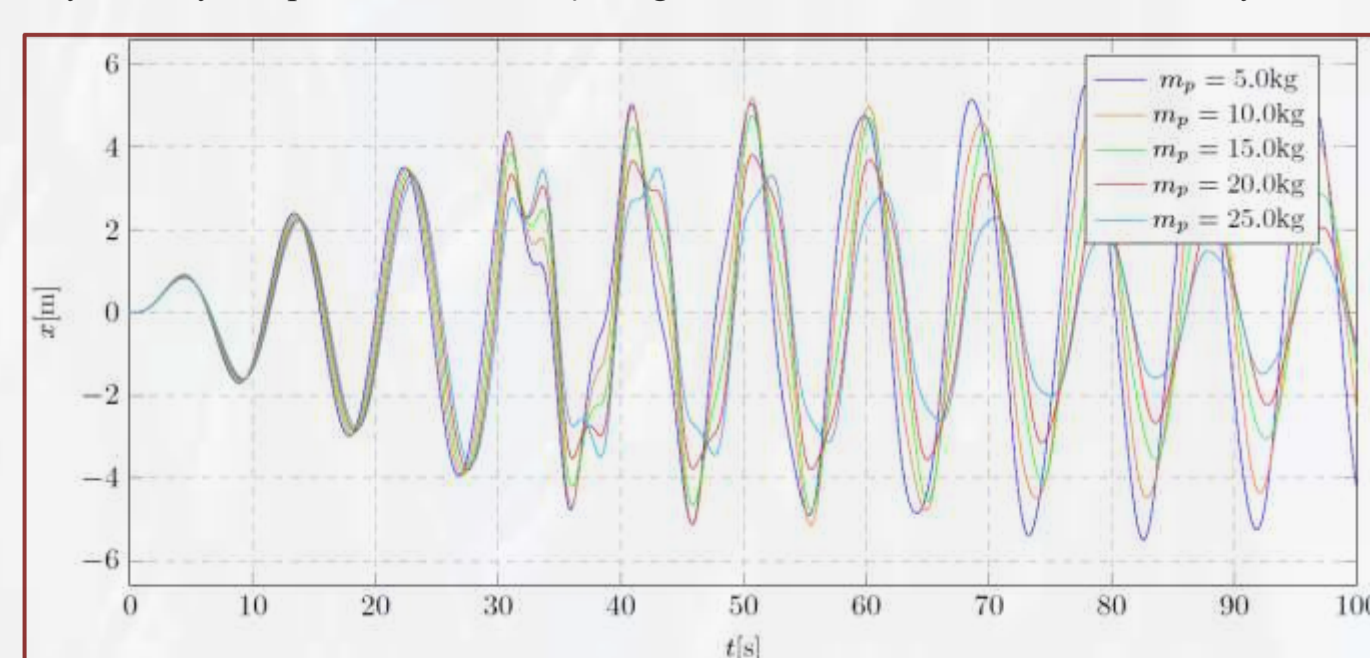
Rys. 6 Wykres przemieszczenia kątowego wahadła w zależności od zmian współczynnika tłumienia



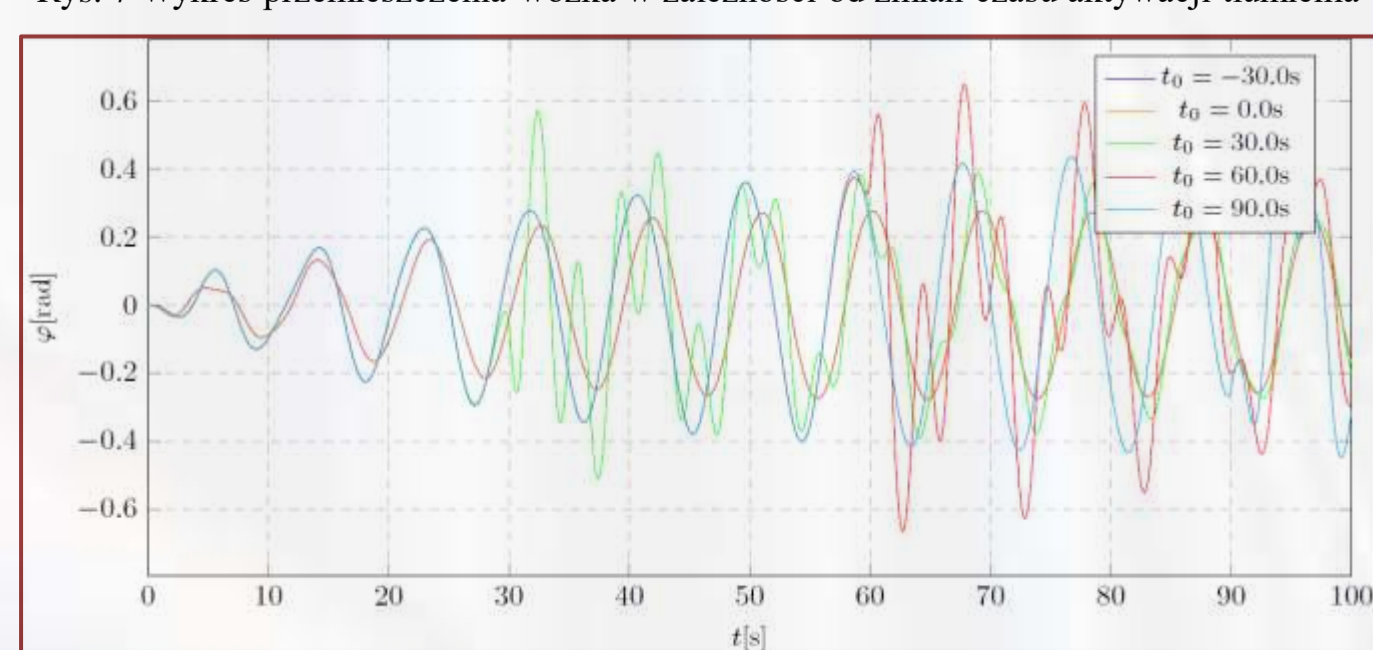
Rys. 10 Wykres przemieszczenia kątowego wahadła w zależności od zmian masy wózka



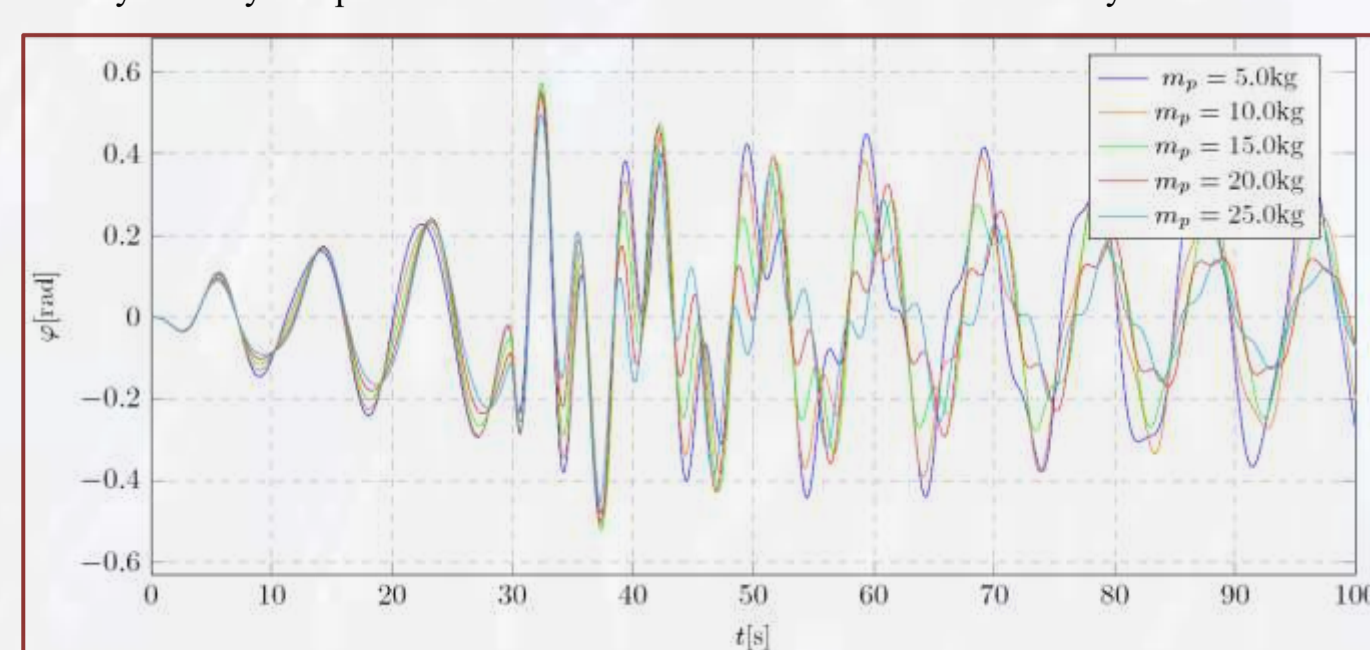
Rys. 7 Wykres przemieszczenia wózka w zależności od zmian czasu aktywacji tłumienia



Rys. 11 Wykres przemieszczenia wózka w zależności od zmian masy wahadła



Rys. 8 Wykres przemieszczenia kątowego wahadła w zależności od zmian czasu aktywacji tłumienia



Rys. 12 Wykres przemieszczenia kątowego wahadła w zależności od zmian masy wahadła

## WNIOSKI

- Badanie pozwoliło stwierdzić, że istnieje zbieżność pomiędzy krzywymi przemieszczeń wózka i wahadła przy zmiennych częstotliwościach harmonicznych. Wskazuje to na niewielkie różnice w ich częstotliwościach własnych, zgodnie z założeniami projektowymi. Bliskość częstotliwości wózka do jego częstotliwości własnych w określonych warunkach wymuszenia prowadzi do precyzyjniejszego dostrojenia innych parametrów.
- Symulacje służące do analizy współczynnika tłumienia wykazały, że wybór właściwej wartości jest wymagany, aby uniknąć dominującego wpływu od tłumików wspomagających, ograniczyć kąty wychylenia (aby zachować bezpieczny zakres wychyleń) wahadła i dodatkowo zmaksymalizować wpływ tłumienia wynikającego z transportu cieczy. Analiza miała na celu właściwe dobranie wartości współczynnika tłumienia  $b$ .
- Czas aktywacji przepływu cieczy ma znaczący wpływ na propagację drgań rezonansowych i odpowiedź wahadła. Wczesna aktywacja jest niezbędna, aby zapobiec uszkodzeniom całego układu. Ponadto, analiza  $t_0$  pokazuje, że układ może przypominać działaniem klasyczne dynamiczne eliminatory drgań, gdy przepływ cieczy zostanie uruchomiony przed propagacją drgań rezonansowych.
- Masa elementów wózka i wahadła były analizowane pod kątem sprawdzenia zależności między masami, a odpowiedzią wahadła podczas aktywacji przepływu cieczy. Wyniki badania wpływu  $m_t$  pokazały, że nieprawidłowe proporcje masy wózka, wahadła i przelewanej cieczy mogą prowadzić do błędów diagnostycznych i nadmiernych amplitud wahadła, a w konsekwencji spowodować uszkodzenie układu. Następnie analiza różnych mas wahadła uwiaryściła potrzebę zastosowania bardziej masywnych zbiorników. Małe masy wahadła mogą prowadzić do modulacji drgań wózka z powodu niewystarczającego tłumienia.